$\boxed{1}$

複素数 $z=x+yi$ は $y>0$ を満たすとする。複素数平面上で z を表す点を P，0 を表す点を O，1 を表す点を A とする。点 B は直線 OA に関して P と同じ側にあり，△OAB は正三角形であるとする。点 Q は直線 OP に関して A と反対側にあり，△OPQ は正三角形であるとする。また，点 R は直線 AP に関して O と反対側にあり，△PAR は正三角形であるとする。点 Q，R が表す複素数をそれぞれ z_1，z_2 とする。

(1)　点 B が表す複素数 β は $\beta=\dfrac{\boxed{\text{ア}}+\sqrt{\boxed{\text{イ}}}\,i}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。点 Q は，P を O のまわりに $\boxed{\text{エオ}}^\circ$ だけ回転した点であるから $z_1=\boxed{\text{カ}}$ である。$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　βz　　①　$\dfrac{z}{\beta}$　　②　$-\beta z$

③　$-\dfrac{z}{\beta}$　　④　$z+\beta$　　⑤　$z+\dfrac{1}{\beta}$

点 R は，A を P のまわりに $\boxed{\text{エオ}}^\circ$ だけ回転した点であるから，$z_2=\boxed{\text{キ}}$ である。$\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　$z+\beta(1-z)$　　①　$\beta(1-z)$　　②　$1+\beta(1-z)$

③　$z+\dfrac{1-z}{\beta}$　　④　$\dfrac{1-z}{\beta}$　　⑤　$1+\dfrac{1-z}{\beta}$

したがって，$w=\dfrac{z_1-\beta}{z_2-\beta}$ とおくと $w=\dfrac{\boxed{\text{クケ}}+\sqrt{\boxed{\text{コ}}}\,i}{\boxed{\text{サ}}}\cdot\dfrac{z-1}{z}$ である。

(2)　BQ と BR が垂直に交わるのは w が純虚数のときであり，このとき，点 P はつねに $\dfrac{\boxed{\text{シ}}-\sqrt{\boxed{\text{ス}}}\,i}{\boxed{\text{セ}}}$ を表す点を中心とする半径 $\boxed{\text{ソ}}$ の円周上にある。

$\boxed{2}$

座標平面上で x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という。格子点上を次の規則に従って動く点Pを考える。

(a) 最初に，点Pは原点Oにある。

(b) ある時刻で点Pが格子点 $(m,\ n)$ にあるとき，その1秒後の点Pの位置は，隣接する格子点 $(m+1,\ n)$，$(m,\ n+1)$，$(m-1,\ n)$，$(m,\ n-1)$ のいずれかであり，また，これらの点に移動する確率は，それぞれ $\dfrac{1}{4}$ である。

(1) 点Pが，最初から6秒後に直線 $y=x$ 上にある確率を求めよ。

(2) 点Pが，最初から6秒後に原点Oにある確率を求めよ。

$\boxed{3}$

次の2つの条件を満たす x の2次式 $f(x)$ を考える。

(i) $y=f(x)$ のグラフは点 $(1,\ 4)$ を通る。

(ii) $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,dx=15$

(1) $f(x)$ の1次の項の係数を求めよ。

(2) 2次方程式 $f(x)=0$ の2つの解を α，β とするとき，α と β の満たす関係式を求めよ。

(3) (2)における α，β がともに正の整数となるような $f(x)$ をすべて求めよ。

$\boxed{4}$

b，c を実数とする。2次関数 $f(x)=-x^2+bx+c$ が $0\leqq f(1)\leqq 2$，$5\leqq f(3)\leqq 6$ を満たすとする。

(1) $f(4)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 放物線 $y=f(x)$ の頂点の y 座標 q のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 放物線 $y=f(x)$ の頂点の y 座標が6のとき，放物線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。