数学I・A

<第1問>

[1] $|x-2a| < 2a-6 \cdots ①$

(1) $a=5$のとき $|x-10|<4$

$-4 < x-10 < 4 \iff 6<x<14$

(2) ①をみたすとき $a>3$ である

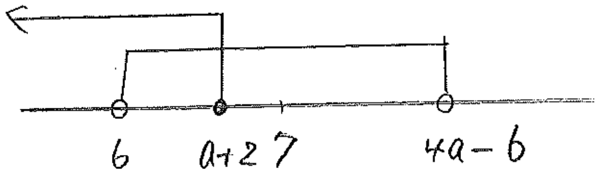
このとき $-2a+6 < x-2a < 2a-6 \iff 6<x<4a-6$

$x=7$を含めたらいいので $7<4a-6 \iff a>\frac{13}{4}$

(3) $2x+a^2 \geqq ax+4 \cdots ②$

$② \iff (a-2)x \leqq a^2-4 = (a+2)(a-2)$

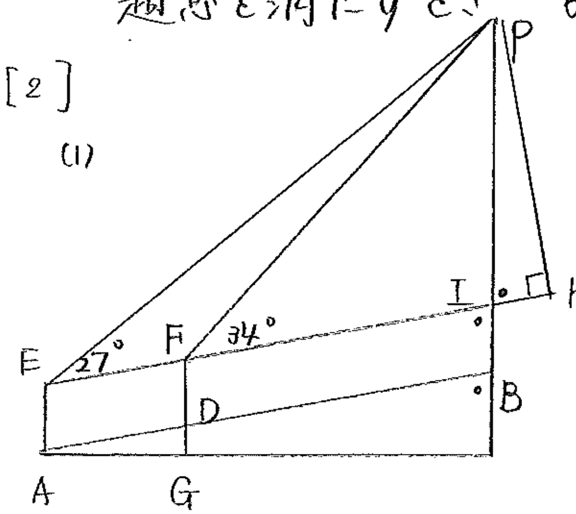
$a>3$のとき $x \leqq a+2$



題意を満たすとき $6<a+2<7 \iff 4<a<5$

[2]

(1)



$PH \tan 63^\circ = EH$

$PH \tan 56^\circ = FH$ から

$PH(\tan 63^\circ - \tan 56^\circ) = 19.2$

$\therefore PH = \frac{19.2}{1.9626-1.4826} = 40$

$\angle IPH = 6^\circ$ から

$PI \cos 6^\circ = PH \quad \therefore PI = \frac{40}{\cos 6^\circ} = 40.22\cdots$

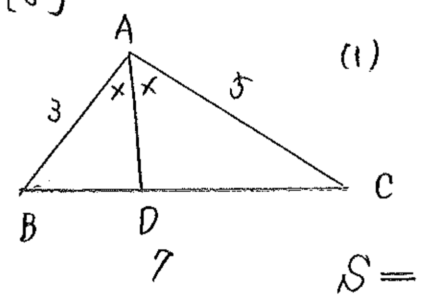
$\therefore PB = 40.22 + 1.5 = 41.7$ (m)

(2) $AD \cos 6^\circ = 19.2 \quad \therefore AD = \frac{19.2}{\cos 6^\circ}$

$\therefore 19.2 : \frac{19.2}{\cos 6^\circ} = 1 : \frac{1}{\cos 6^\circ} = \frac{1}{0.9945}$

よって $40.22 \times \left(\frac{1}{0.9945} - 1\right) = 0.22\cdots$ (m) だけ高い

[3]



(1) $\cos\angle BAC = \frac{9+25-49}{2\times 3\times 5} = -\frac{1}{2}$

$\therefore \angle BAC = 120^\circ$

$S = \frac{1}{2}\times 3\times 5\times \sin 120^\circ = \frac{15}{4}\sqrt{3}$

$\frac{15}{4}\sqrt{3} = \frac{1}{2}\times 3\times AD\times \sin 60^\circ + \frac{1}{2}\times 5\times AD\times \sin 60^\circ$

$AD = \frac{15}{8}$

(2) (i) $S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2}\times AB\times 1\times \sin 60^\circ + \frac{1}{2}\times AC\times 1\times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2}\sin 60^\circ(AB+AC) = 2\sqrt{3}$

$AB = x$とおくと $AC = 8-x$

$\therefore 2\sqrt{3} = \frac{1}{2}\times x\times(8-x)\times \sin 120^\circ \quad \therefore x = 4-2\sqrt{2}$

または $4+2\sqrt{2}$

(ii) $S = S_1 + S_2$ より

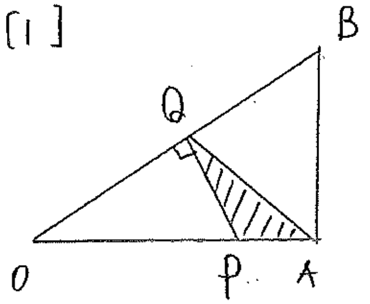
$\frac{1}{2}\times AB\times AC\times \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\times AB\times AD\times \sin 30^\circ + \frac{1}{2}\times AC\times AD\times \sin 30^\circ$

$\frac{\sqrt{3}}{4}AB\cdot AC = \frac{1}{4}AD(AB+AC) = 2AD$

$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{8}AB\cdot AC$

<第2問>

[1]



PがAに到着するのは $t=4$ のとき

$0<t<4$ のとき

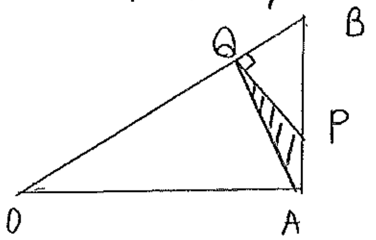
$OP=t,\ PQ=t\sin\angle AOB=\frac{3}{5}t$

$OQ=t\cos\angle AOB=\frac{4}{5}t$ から

$\triangle OPQ=\frac{6}{25}t^2$

$\therefore \triangle APQ=\frac{6}{25}t^2\times\frac{AP}{OP}=\frac{6}{25}t(4-t)=-\frac{6}{25}(t^2-4t)$

$4<t<7$ のとき $BP=7-t$



$\therefore PQ=(7-t)\sin\angle OBA=\frac{4}{5}(7-t)$

$BQ=(7-t)\cos\angle OBA=\frac{3}{5}(7-t)$

$\therefore \triangle BPQ=\frac{6}{25}(7-t)^2$

$\therefore \triangle APQ=\frac{6}{25}(7-t)^2\times\frac{AP}{BP}=\frac{6}{25}(7-t)(t-4)$

$=-\frac{6}{25}(t^2-11t+28)$

$0<t<4$ のとき $f(t)=-\frac{6}{25}(t-2)^2+\frac{24}{25}$

$4<t<7$ のとき $f(t)=-\frac{6}{25}\left(t-\frac{11}{2}\right)^2+\frac{27}{50}$　$\therefore M=\frac{24}{25}$

$0<t<4$ のとき $f(t)=\frac{12}{25} \iff 2-\sqrt{2}<t<2+\sqrt{2}$

$4<t<7$ のとき $f(t)=\frac{12}{25} \iff 5<t<6$

[2] (1) データAの四分位範囲は $117.5-58=59.5$

データBの四分位範囲は $37-25=12$ より 約5倍

(i) 中央値は24番目なので 47

第1四分位数は12番目なのでデータBの中央値 33

(ii) 第3四分位数は36番目

ここで $\frac{35番目+36番目}{2}=77.5$ より 36番目 $=155-$ 35番目

$58\leqq$ 35番目 $\leqq 77$ より $78\leqq$ 36番目 $\leqq 97$

∴ 四分位範囲は 45以上64以下

∴ $33-1.5\times$ 四分位範囲 はすべてマイナス

第3四分位数 $+1.5\times$ 四分位範囲 は $78+1.5\times45$ 以上

$97+1.5\times64$ 以下

∴ "230" は確実に外れ値

(2) Ⅰ 正しい　Ⅱ およそ3300 > およそ 320×10 より正しい

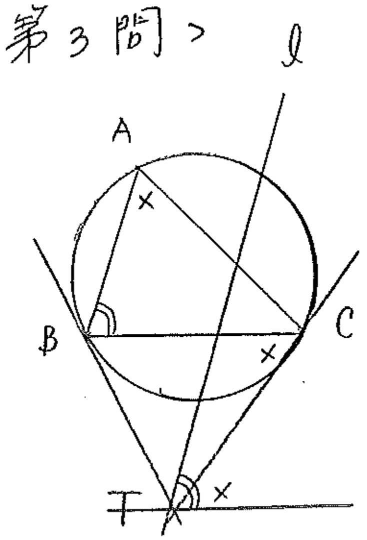
Ⅲ 図4は正の相関なので正しい　よって 0

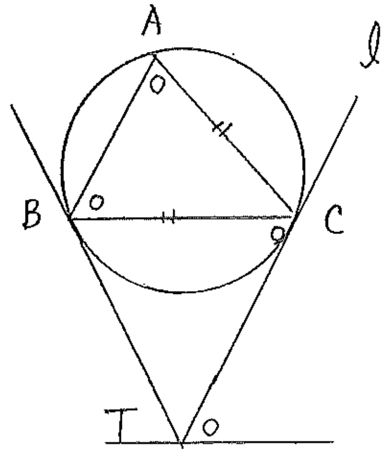
(3) 21枚以上表が出たのは1000回中48回

$\frac{48}{1000}<0.05$ なので仮説Aは誤っていると判断される

∴ 温度が適切であるという人の方が多い

<第3問>





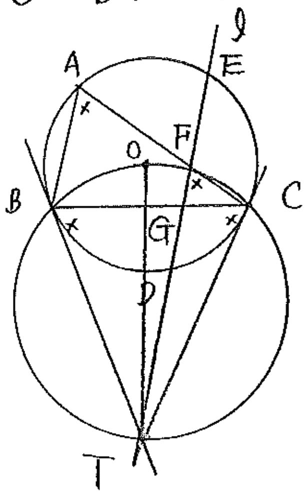
∠BCT に等しい角は

∠BAC と ∠CBT

(1) AC > BC のとき ℓ は O と 2点で交わる

AC = BC のとき ℓ は O と接する

(2)



∠BAC = θ とおくと AB∥ℓ より ∠CFT = θ

∠BOC = 2θ かつ △OBT ≡ △OCT から

∠COT = θ

∴ ∠CFT = ∠COT

∠CBT = θ から F は円O′の周上にあり

G は円O′の内部にあり T は円O′の周上にある

(3) 円Oで方べきの定理より DG×GE = BG×CG

円O′で方べきの定理より BG×CG = TG×GF

∴ DG×GE = TG×GF

∠OFT = 90° から 二等辺三角形 ODE において F は DE の中点。

∴ AF×FC = DF×EF = $\frac{1}{2}$DE × $\frac{1}{2}$DE = $\frac{1}{4}$DE^2

<第4問>

(1) マス目1個は3回とも同じ目 ∴ $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

マス目3個は3回とも異なる目 ∴ $\frac{6\times5\times4}{216} = \frac{5}{9}$

マス目2個は $1-\frac{1}{36}-\frac{5}{9} = \frac{5}{12}$ から求める期待値は

$1\times\frac{1}{36} + 2\times\frac{5}{12} + 3\times\frac{5}{9} = \frac{91}{36}$

(2) マス目が1〜4は、3回とも「1」〜「4」が出たら良い

∴ $\frac{4^3}{216} = \frac{8}{27}$

5が塗られて6が塗られていないのは

3回とも「5」以下 − 3回とも「4」以下 ∴ $\frac{5^3-4^3}{216} = \frac{61}{216}$

(3) 3以上のみ灰色 または 4以下のみ灰色 の余事象から

$1-\left(\frac{4^3}{6^3}+\frac{4^3}{6^3}-\frac{2^3}{6^3}\right) = \frac{4}{9}$

1, 2 どちらか2回 と 5, 6 どちらか1回 (例) 1, 1, 5

または

1, 2 どちらか1回 と 5, 6 どちらか2回 (例) 1, 5, 5

∴ $\frac{12+12}{6^3} = \frac{1}{9}$

∴ 求める条件付き確率は $\frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{4}$