【定期試験対策講習】

２学期
期末考査
対策教材②

中１六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学１「比例と反比例」
数学２「平行四辺形」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

1

A (1，-1)，B (7，2)，D (2，4) とする。線分 AB，AD を 2 辺とする平行四辺形 ABCD について，次の問いに答えなさい。

(1)　対角線 AC，BD の交点 E の座標を求めなさい。

(2)　点 C の座標を求めなさい。

2

2 点 A ($3a-5$，$-b+6$)，B ($a+1$，$3b-2$) が次の条件を満たすように a，b の値を定めなさい。

(1)　x 軸に関して対称　　(2)　y 軸に関して対称　　(3)　原点に関して対称

3

(1)　y は x に比例し，$x=-3$ のとき $y=12$ である。このとき，y を x の式で表しなさい。また，$x=2$ のときの y の値を求めなさい。

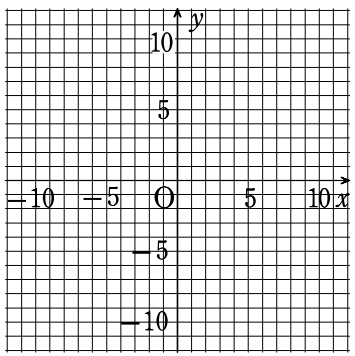
(2)　$y-1$ は $x+3$ に比例し，$x=-2$ のとき $y=5$ である。$y=9$ のときの x の値を求めなさい。

4

(1)　比例 $y=-\dfrac{4}{7}x$ のグラフをかきなさい。

(2)　x 軸に関して (1) のグラフと対称なグラフをかき，その式を求めなさい。

(3)　y 軸に関して (1) のグラフと対称なグラフをかき，その式を求めなさい。



5

(1)　y は x に反比例し，$x=6$ のとき $y=-2$ である。$x=-4$ のときの y の値を求めなさい。

(2)　$y-5$ は x に反比例し，$x=5$ のとき $y=9$ である。$x=10$ のときの y の値を求めなさい。

6

次の問いに答えなさい。

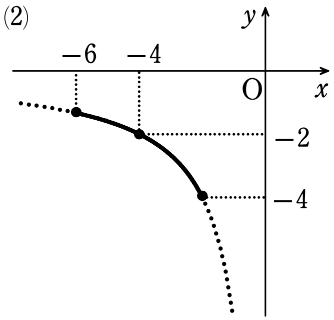
(1)　反比例の関係 $y=-\dfrac{3}{x}$ について，x の変域が $-6 \leqq x \leqq -1$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2)　右の図のグラフは，反比例のグラフの一部である。

（ア）　y を x の式で表しなさい。

（イ）　x，y の変域を求めなさい。

(2)

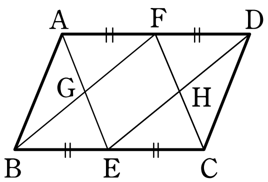


7

平行四辺形 ABCD において，辺 BC の中点を E，辺 AD の中点を F とし，右の図のように線分で結ぶ。このとき，次のことを証明しなさい。

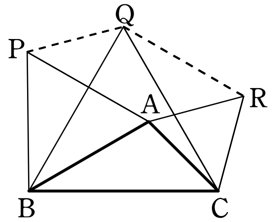
(1)　四角形 AECF は平行四辺形である。

(2)　四角形 GEHF は平行四辺形である。



$\boxed{8}$

右の図のように，△ABC に対して，BA，BC，AC をそれぞれ１辺とする正三角形 PBA，QBC，RAC を作る。このとき，四角形 PARQ は平行四辺形であることを証明しなさい。

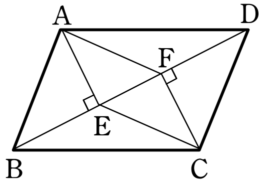


$\boxed{9}$

平行四辺形 ABCD の頂点 A，C から対角線 BD に引いた垂線を，それぞれ AE，CF とするとき，四角形 AECF は平行四辺形である。
これを，次の定理を用いて証明しなさい。

(1)　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

(2)　１組の対辺が平行で，その長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

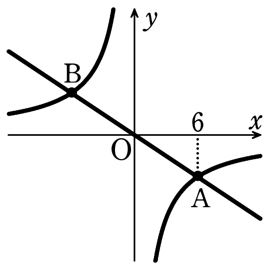


$\boxed{10}$

右の図のように，比例 $y=-\dfrac{2}{3}x$ のグラフと反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが，2 点 A，B で交わっており，点 A の x 座標が 6 である。

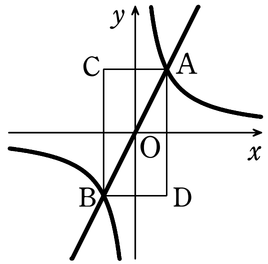
(1)　a の値を求めなさい。

(2)　点 B の座標を求めなさい。



$\boxed{11}$

右の図のように，比例 $y=2x$ のグラフと反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが 2 点で交わっている。x 座標が正である交点を A，x 座標が負である交点を B とする。また，y 軸に関して点 A と対称な点を C，点 B と対称な点を D とする。長方形 ACBD の周の長さが 48 であるとき，a の値を求めなさい。



【解答&解説】

$\boxed{1}$

解答　(1)　$\left(\dfrac{9}{2},\ 3\right)$　　(2)　$(8,\ 7)$

$\boxed{2}$

解答　(1)　$a=3,\ b=-2$　　(2)　$a=1,\ b=2$　　(3)　$a=1,\ b=-2$

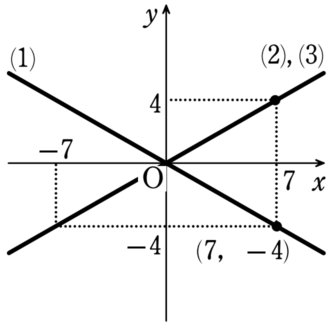
$\boxed{3}$

解答　(1)　$y=-4x,\ y=-8$　　(2)　$x=-1$

$\boxed{4}$

解答　(1)　〔図〕　　(2)　〔図〕，$y=\dfrac{4}{7}x$

(3)　〔図〕，$y=\dfrac{4}{7}x$



$\boxed{5}$

解答　(1)　$y=3$　　(2)　$y=7$

$\boxed{6}$

解答　(1)　$\dfrac{1}{2}\leqq y\leqq 3$

(2)　(ア)　$y=\dfrac{8}{x}$　　(イ)　x の変域は $-6\leqq x\leqq -2$，y の変域は $-4\leqq y\leqq -\dfrac{4}{3}$

$\boxed{7}$

解答　(1)　略　　(2)　略

$\boxed{8}$

解答　略

$\boxed{9}$

解答　(1)　略　　(2)　略

$\boxed{10}$

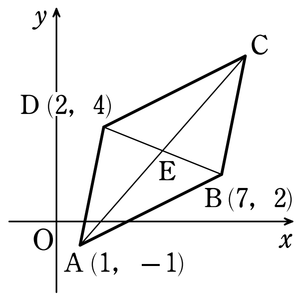
解答　(1)　$a=-24$　　(2)　$(-6,\ 4)$

$\boxed{11}$

解答　$a=32$

$\boxed{1}$

解説



(1)　平行四辺形 ABCD の対角線は，それぞれの中点で交わる。

点 E は対角線 BD の中点であるから，E の座標は

$\left(\dfrac{7+2}{2},\ \dfrac{2+4}{2}\right)$　すなわち　$\left(\dfrac{9}{2},\ 3\right)$　答

(2)　点 E は対角線 AC の中点でもあるから，点 C の座標を $(x,\ y)$ とすると　$\dfrac{1+x}{2}=\dfrac{9}{2}$，　$\dfrac{-1+y}{2}=3$

これを解くと　$x=8,\ y=7$

よって，点 C の座標は　$(8,\ 7)$　答

$\boxed{2}$

解説

(1)　点 A，B が x 軸に関して対称であるとき

$3a-5=a+1$ ……①，　$-b+6=-(3b-2)$ ……②

① を解くと　$2a=6$　　よって　$a=3$

② を解くと　$2b=-4$　　よって　$b=-2$

(2)　点 A，B が y 軸に関して対称であるとき

$3a-5=-(a+1)$ ……③，　$-b+6=3b-2$ ……④

③ を解くと　$4a=4$　　よって　$a=1$

④ を解くと　$-4b=-8$　　よって　$b=2$

(3)　点 A，B が原点に関して対称であるとき

$3a-5=-(a+1)$ ……③，$-b+6=-(3b-2)$ ……②

(1)，(2) の結果から　　$a=1$，$b=-2$

$\boxed{3}$

（解説）

(1)　y は x に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax$ と表すことができる。

$x=-3$ のとき $y=12$ であるから

$$12=a\times(-3)$$

よって　　　　$a=-4$

したがって　　$y=-4x$　答

$x=2$ のとき　　$y=(-4)\times2=-8$　答

(2)　$y-1$ は $x+3$ に比例するから，比例定数を a とすると，$y-1=a(x+3)$ と表すことができる。

$x=-2$ のとき $y=5$ であるから

$$5-1=a\times(-2+3)$$

よって　　　　$a=4$

したがって　　$y-1=4(x+3)$

整理すると　　$y=4x+13$

$y=9$ のとき　　$9=4x+13$

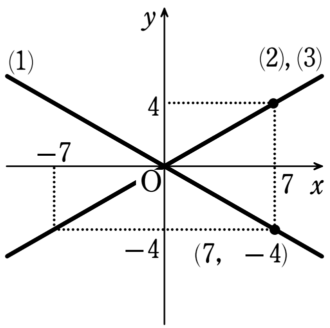
よって　　　　$-4x=4$

したがって　　$x=-1$　答

$\boxed{4}$

（解説）

(1)　$y=-\dfrac{4}{7}x$ のグラフは，原点と点 (7，−4) を通るから，右の図 (1) のようになる。



(2)　グラフは右の図 (2)。

このグラフは，x 軸に関して (1) のグラフ上の点 (7，−4) と対称な点 (7，4) を通るから，求める式は

$$y=\frac{4}{7}x$$

(3)　グラフは右の図 (3)。

このグラフは，y 軸に関して点 (7，−4) と対称な点 (−7，−4) を通るから，求める式は　　$y=\dfrac{4}{7}x$

$\boxed{5}$

（解説）

(1)　y は x に反比例するから，比例定数を a とすると，$xy=a$ とおける。

$x=6$ のとき $y=-2$ であるから

$6\times(-2)=a$　　すなわち　$a=-12$

よって　　$xy=-12$

この式に $x=-4$ を代入すると　　$-4y=-12$

したがって　　$y=3$

(2)　$y-5$ は x に反比例するから，比例定数を a とすると，$x(y-5)=a$ とおける。

$x=5$ のとき $y=9$ であるから

$5\times(9-5)=a$　　すなわち　$a=20$

よって　　$x(y-5)=20$

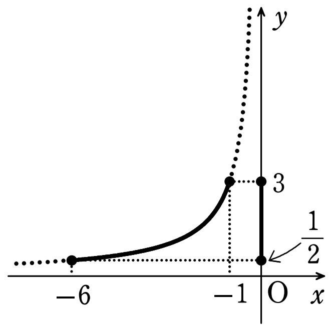
この式に $x=10$ を代入すると　　$10(y-5)=20$

したがって　　$y=7$

$\boxed{6}$

（解説）

(1)　$y=-\dfrac{3}{x}$ において



$x=-6$ のとき　$y=-\dfrac{3}{-6}=\dfrac{1}{2}$

$x=-1$ のとき　$y=-\dfrac{3}{-1}=3$

よって，グラフは右の図の実線部分である。

グラフから，y の変域は　　$\dfrac{1}{2}\leqq y\leqq3$

(2)　(ア)　反比例を表す式を $y=\dfrac{a}{x}$ (a は定数) とおく。

このとき　　$xy=a$

グラフが点 (−4，−2) を通るから　　$a=(-4)\times(-2)=8$

したがって　$y=\dfrac{8}{x}$

(イ)　$y=-4$ のとき　$-4=\dfrac{8}{x}$　　したがって　$x=-2$

よって，x の変域は　$-6 \leqq x \leqq -2$

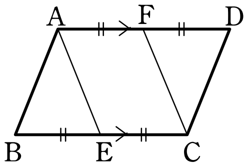
$x=-6$ のとき　$y=\dfrac{8}{-6}=-\dfrac{4}{3}$

よって，y の変域は　$-4 \leqq y \leqq -\dfrac{4}{3}$

7

解説

(1)　証明　四角形 AECF において



$\mathrm{AF}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AD}$，　$\mathrm{EC}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$

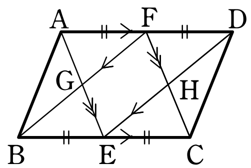
AD＝BC であるから　AF＝EC

また　AF∥EC

よって，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，

四角形 AECF は平行四辺形である。終

(2)　証明　(1) より，四角形 AECF が平行四辺形であるから



GE∥FH

同じように，$\mathrm{FD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}=\mathrm{BE}$，FD∥BE より，

四角形 FBED が平行四辺形であるから

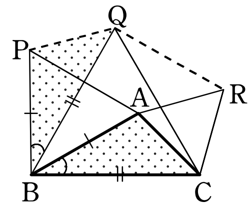
GF∥EH

よって，2 組の対辺が平行であるから，四角形 GEHF は平行四辺形である。　終

8

解説

証明　△ABC と △PBQ において



AB＝PB

BC＝BQ

∠ABC＝60°－∠ABQ

＝∠PBQ

よって，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△PBQ

ゆえに，　AC＝PQ

また，正三角形 ACR において　AC＝AR

したがって　PQ＝AR　……①

△ABC≡△PBQ と同様にして　△ABC≡△RQC

よって　QR＝BA

また，正三角形 PBA において　BA＝PA

したがって　QR＝PA　……②

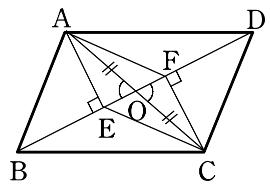
①，② より，2 組の対辺がそれぞれ等しいから，

四角形 PARQ は平行四辺形である。終

9

解説

(1)　証明　平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とする。



△AEO と △CFO において

仮定から　∠AEO＝∠CFO＝90°　……①

対頂角は等しいから

∠AOE＝∠COF　……②

平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるから

OA＝OC　……③

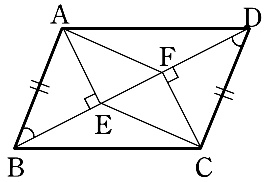
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

△AEO≡△CFO

よって　OE＝OF　……④

③，④ より，四角形 AECF は対角線がそれぞれの中点で交わるから，平行四辺形である。終

(2) 証明　△ABE と △CDF において



仮定から　$\angle AEB = \angle CFD = 90°$　……①

$AB /\!/ DC$ であるから

$\angle ABE = \angle CDF$　……②

平行四辺形 ABCD の対辺であるから

$AB = CD$　……③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

よって　$AE = CF$　……④

また　$\angle AEF = \angle CFE\ (= 90°)$

錯角が等しいから　$AE /\!/ FC$　……⑤

④，⑤ より，四角形 AECF は 1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，平行四辺形である。終

10

解説

(1)　点 A の y 座標は，$y = -\frac{2}{3}x$ に $x = 6$ を代入すると　$y = -\frac{2}{3} \times 6 = -4$

よって，点 A の座標は　$(6,\ -4)$

点 A は，反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから，

$y = \frac{a}{x}$ に $x = 6$，$y = -4$ を代入すると　$-4 = \frac{a}{6}$

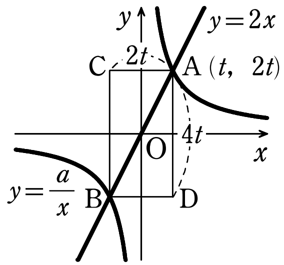
したがって　$a = -24$

(2)　点 B は，原点に関して点 A $(6,\ -4)$ と対称であるから，その座標は　$(-6,\ 4)$

11

解説

点 A の x 座標を t とする。



点 A は，比例 $y = 2x$ のグラフ上にあるから，$y = 2x$ に

$x = t$ を代入して　$y = 2t$

したがって，A の座標は $(t,\ 2t)$ と表される。

よって　$AC = t \times 2 = 2t$，$AD = 2t \times 2 = 4t$

長方形 ACBD の周の長さが 48 であるから

$(2t + 4t) \times 2 = 48$

これを解くと　$t = 4$

よって，点 A の座標は　$(4,\ 8)$

点 A は反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから，$y = \frac{a}{x}$ すなわち $xy = a$ に

$x = 4$，$y = 8$ を代入して　$a = 4 \times 8 = 32$　　答 $a = 32$