$\boxed{1}$

(1)　$k=\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}$ とする。分母を有理化すると $k=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}-\boxed{\text{ウ}}$ となる。

また，k の整数部分は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　x に関する不等式 $6\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$ を解くと

$$\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}-\boxed{\text{キ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}$$

となり，この不等式を満たす整数は全部で $\boxed{\text{サ}}$ 個ある。

(3)　a を正の実数とし，x に関する不等式 $a\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$ を考える。

この不等式を満たす整数がちょうど1個になるとき，その整数は $\boxed{\text{シ}}$ であり，そのときの a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{スセ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}+\boxed{\text{タ}}\leqq a<\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}-\boxed{\text{テ}}$$

である。

$\boxed{2}$

(1)　次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

命題 A 「 a が無理数で $1+a^2=b^2$ ならば， b は無理数である」

命題 B 「 a が有理数で $1+a^2=b^2$ ならば，b は有理数である」

の真偽について正しいものは， $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪　命題 A は真，命題 B は真

①　命題 A は真，命題 B は偽

②　命題 A は偽，命題 B は真

③　命題 A は偽，命題 B は偽

(2)　次の $\boxed{\text{イ}}$ ， $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

実数 a ， b について述べた文のうち，正しいものは $\boxed{\text{イ}}$ ， $\boxed{\text{ウ}}$ である。

⓪　$a-1 \leqq b \leqq a+1$ は，$a=b$ であるための十分条件である。

①　$a-2 \leqq b \leqq a+2$ は，$a-1 \leqq b \leqq a+1$ であるための必要条件である。

②　命題「$a-1 \leqq b \leqq a+1 \Longrightarrow (a=1$ かつ $b=1)$ 」の逆は「$(a=1$ または $b=1) \Longrightarrow a-1 \leqq b \leqq a+1$ 」である。

③　命題「$a-1 \leqq b \leqq a+1 \Longrightarrow (a=1$ かつ $b=1)$ 」の対偶は「$(a \neq 1$ または $b \neq 1) \Longrightarrow (a-1>b$ または $b>a+1)$ 」である。

3

以下の問題では，△ABC に対して，∠A，∠B，∠C の大きさをそれぞれ A，B，C で表すものとする。

ある日，太郎さんと花子さんのクラスでは，数学の授業で先生から次のような宿題が出された。

宿題 △ABC において $A = 60^\circ$ であるとする。このとき，

$$X = 4\cos^2 B + 4\sin^2 C - 4\sqrt{3}\cos B \sin C$$

の値について調べなさい。

放課後，太郎さんと花子さんは出された宿題について会話をした。二人の会話を読んで，下の問いに答えよ。

太郎：A は 60° だけど，B も C も分からないから，方針が立たないよ。

花子：まずは，具体的に一つ例を作って考えてみようよ。もし $B = 90^\circ$ であるとすると，$\cos B = \boxed{\text{ア}}$，$\sin C = \boxed{\text{イ}}$ だね。だから，この場合の X の値を計算すると 1 になるね。

(1) $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ 0　① 1　② -1　③ $\dfrac{1}{2}$　④ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　⑥ $-\dfrac{1}{2}$　⑦ $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　⑧ $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

太郎：$B=13^\circ$ にしてみよう。数学の教科書に三角比の表があるから，それを見ると，$\cos B=0.9744$ で，$\sin C$ は……あれっ？　表には 0° から 90° までの三角比の値しか載っていないから分からないね。

花子：そういうときは，$\boxed{\text{ウ}}$ という関係を利用したらいいよ。この関係を使うと，教科書の三角比の表から $\sin C=\boxed{\text{エ}}$ だと分かるよ。

太郎：じゃあ，この場合の X の値を電卓を使って計算してみよう。$\sqrt{3}$ は 1.732 として計算すると……あれっ？　ぴったりにはならなかったけど，小数第 4 位を四捨五入すると，X は 1.000 になったよ！(a)これで，$A=60^\circ$，$B=13^\circ$ のときに $X=1$ になることが証明できたことになるね。さらに，(b)「$A=60^\circ$ ならば $X=1$」という命題が真であると証明できたね。

花子：本当にそうなのかな？

(2)　$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる最も適当なものを，次の各解答群のうちから一つずつ選べ。

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群：

⓪　$\sin(90^\circ-\theta)=\sin\theta$	①　$\sin(90^\circ-\theta)=-\sin\theta$
②　$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$	③　$\sin(90^\circ-\theta)=-\cos\theta$
④　$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$	⑤　$\sin(180^\circ-\theta)=-\sin\theta$
⑥　$\sin(180^\circ-\theta)=\cos\theta$	⑦　$\sin(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群：

⓪　-3.2709　　①　-0.9563　　②　0.9563　　③　3.2709

(3)　太郎さんが言った下線部 (a)，(b) について，その正誤の組合せとして正しいものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。$\boxed{\text{オ}}$

⓪　下線部 (a)，(b) ともに正しい。

①　下線部 (a) は正しいが，(b) は誤りである。

②　下線部 (a) は誤りであるが，(b) は正しい。

③　下線部 (a)，(b) ともに誤りである。

花子：$A=60°$ ならば $X=1$ となるかどうかを，数式を使って考えてみようよ。
△ABCの外接円の半径を R とするね。すると，$A=60°$ だから，
BC$=\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\,R$ になるね。
太郎：AB$=\boxed{\text{キ}}$，AC$=\boxed{\text{ク}}$ になるよ。

(4) $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる数を答えよ。また，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ $R\sin B$　① $2R\sin B$　② $R\cos B$　③ $2R\cos B$
④ $R\sin C$　⑤ $2R\sin C$　⑥ $R\cos C$　⑦ $2R\cos C$

4

○○高校の生徒会では，文化祭でTシャツを販売し，その利益をボランティア団体に寄付する企画を考えている。生徒会執行部では，できるだけ利益が多くなる価格を決定するために，次のような手順で考えることにした。

価格決定の手順

(i)　アンケート調査の実施

200 人の生徒に，「Tシャツ 1 枚の価格がいくらまでであればTシャツを購入してもよいと思うか」について尋ね，500 円，1000 円， 1500 円，2000 円の四つの金額から一つを選んでもらう。

(ii)　業者の選定

無地のTシャツ代とプリント代を合わせた「製作費用」が最も安い業者を選ぶ。

(iii)　Tシャツ 1 枚の価格の決定

価格は「製作費用」と「見込まれる販売数」をもとに決めるが，販売時に釣り銭の処理で手間取らないよう 50 の倍数の金額とする。

下の表 1 は，アンケート調査の結果である。生徒会執行部では，例えば， 価格が 1000 円のときには 1500 円や 2000 円と回答した生徒も 1 枚購入すると考えて，それぞれの価格に対し，その価格以上の金額を回答した生徒の人数を「累積人数」として表示した。

表 1

Tシャツ 1 枚の価格(円)	人数(人)	累積人数(人)
2000	50	50
1500	43	93
1000	61	154
500	46	200

このとき，次の問いに答えよ。

(1)　売上額は

(売上額)＝(T シャツ 1 枚の価格)×(販売数)

と表せるので，生徒会執行部では，アンケートに回答した 200 人の生徒について，調査結果をもとに，表 1 にない価格の場合についても販売数を予測することにした。そのために，Tシャツ 1 枚の価格を x 円，このときの販売数を y 枚とし，x と y の関係

を調べることにした。

表1のTシャツ1枚の価格と $\boxed{ア}$ の値の組を $(x,\ y)$ として座標平面上に表すと，その4点が直線に沿って分布しているように見えたので，この直線を，Tシャツ1枚の価格 x と販売数 y の関係を表すグラフとみなすことにした。

このとき，y は x の $\boxed{イ}$ であるので，売上額を $S(x)$ とおくと，$S(x)$ は x の $\boxed{ウ}$ である。このように考えると，表1にない価格の場合についても売上額を予測することができる。

$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$ に入るものとして最も適当なものを，次の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 人数　　① 累積人数　　② 製作費用　　③ 比例

④ 反比例　　⑤ 1次関数　　⑥ 2次関数

生徒会執行部が(1)で考えた直線は，表1を用いて座標平面上にとった4点のうち x の値が最小の点と最大の点を通る直線である。この直線を用いて，次の問いに答えよ。

(2) 売上額 $S(x)$ が最大になる x の値を求めよ。$\boxed{エオカキ}$

(3) Tシャツ1枚当たりの「製作費用」が400円の業者に120枚を依頼することにしたとき，利益が最大になるTシャツ1枚の価格を求めよ。$\boxed{クケコサ}$ 円

5

1 組から 3 組の生徒 100 人に対し，テストを 3 回行った。1 回目と 2 回目のテストは 100 点満点，3 回目は 200 点満点である。

(1) 次の表 1 および図 1 は，1 回目のテストの組ごとの得点に対する度数分布表および箱ひげ図である。

表 1

階級	1 組	2 組	3 組
45 点以上 50 点未満	5	3	4
50 点以上 55 点未満	4	4	2
55 点以上 60 点未満	3	5	10
60 点以上 65 点未満	7	1	7
65 点以上 70 点未満	7	13	4
70 点以上 75 点未満	7	6	5
75 点以上 80 点未満	1	1	1
合計	34	33	33

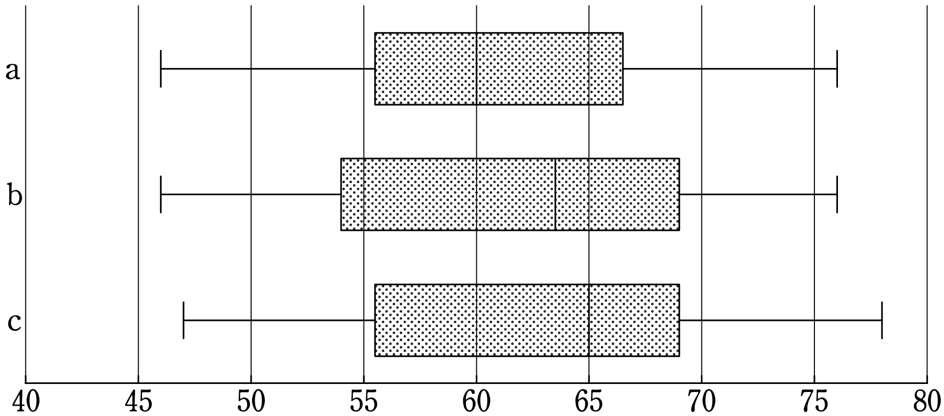


図 1

次の ア に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

1 組から 3 組の 1 回目のテストの結果と対応する図 1 の箱ひげ図の組合せは ア で

ある。

	⓪	①	②	③	④	⑤
1組	a	a	b	b	c	c
2組	b	c	a	c	a	b
3組	c	b	c	a	b	a

(2)　次の $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

表1の度数分布表を分析して，1回目のテストについて次の3つを結論としてまとめた。

結論1：100人の得点について，55点以上70点未満の得点をとった生徒の割合は6割を超える。

結論2：60点以上70点未満の得点層の生徒数に対する，各組のこの得点層の生徒数の割合を比較する。このとき，3組の割合が最も低い。

結論3：各組の生徒数に対する，各組の45点以上55点未満の得点層の生徒数の割合を比較する。このとき，1組における値が最も大きい。

このとき，3つの結論の正誤について正しい組合せは $\boxed{\text{イ}}$ である。

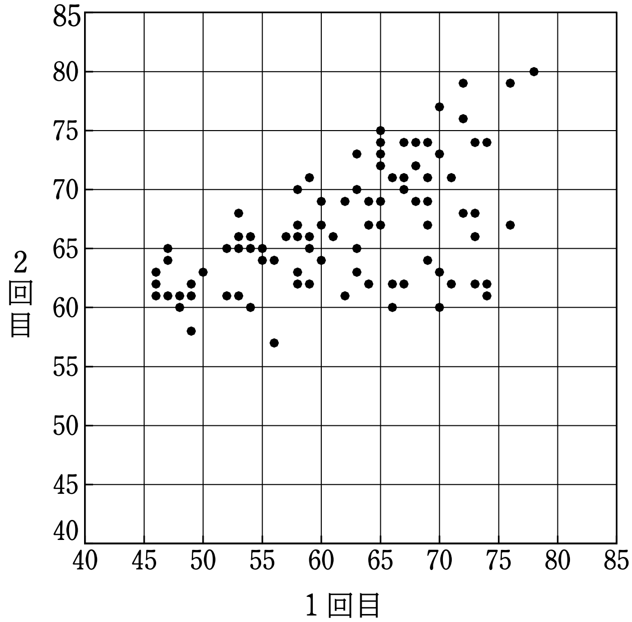
	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
結論1	正	正	正	正	誤	誤	誤	誤
結論2	正	正	誤	誤	正	正	誤	誤
結論3	正	誤	正	誤	正	誤	正	誤

(3)　次の表2は，1回目のテストの得点と2回目のテストの得点の標準偏差と共分散の値であり，図2は，この2つのテストの得点の散布図と箱ひげ図である。ただし，表2の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。また，図2の散布図の点は重なっていることもある。

表　2

	標準偏差	共分散
1回目の得点	8.4	25.0
2回目の得点	5.2	

(共分散とは，1 回目の得点の偏差と 2 回目の得点の偏差の積の平均値である。)



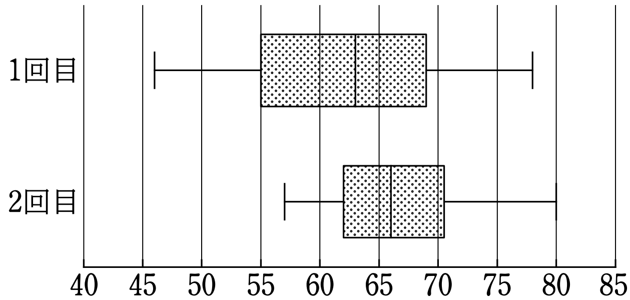


図　2

次の $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

表 2 および図 2 の散布図と箱ひげ図について述べた文として**誤っているもの**は，

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ である。

⓪　四分位範囲は，2 回目の得点のほうが小さい。

①　表 2 から 1 回目の得点と 2 回目の得点の相関係数を計算すると，0.65 以上になる。

②　1 回目の得点が 55 点未満であった生徒は全員，1 回目の得点より 2 回目の得点のほうが高い。

③　2 回目の得点が 70 点以上であった生徒は，25 人以上いる。

④　2 回目の得点が 1 回目の得点より 10 点以上高い生徒は全員，1 回目の得点が 55 点未満である。

⑤　65 点以上の得点をとった生徒の人数は，1 回目のテストより 2 回目のテストのほうが多い。

(4)　次の表3は，1回目のテストの得点と3回目のテストの得点の平均点と標準偏差の値であり，図3は，この2つのテストの得点の散布図である。ただし，表3の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。また，図3の散布図の点は重なっていることもある。

表　3

	平均点	標準偏差
1回目の得点	61.9	8.4
3回目の得点	133.3	26.0

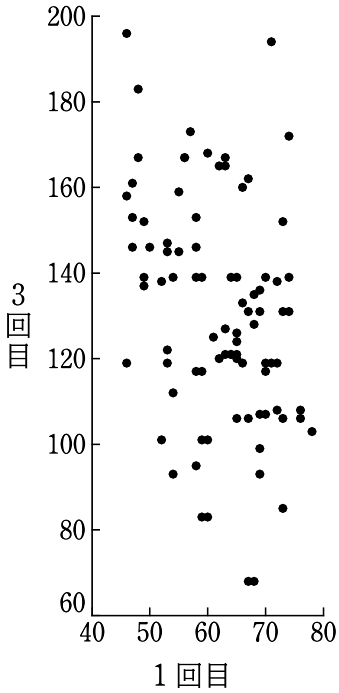


図　3

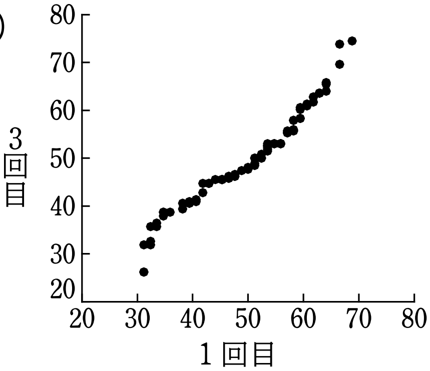
ここで，2つのテストの得点をそれぞれ，次の計算式により新しい得点に換算した。

$$\text{新しい得点} = 50 + 10 \times \frac{\text{得点の偏差}}{\text{標準偏差}} \quad \cdots\cdots \quad (*)$$

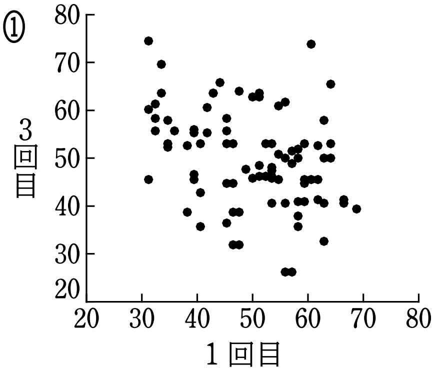
次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

1回目の得点を式 (*) により換算した新しい得点と3回目の得点を式 (*) により換算した新しい得点の散布図は $\boxed{\text{オ}}$ である。

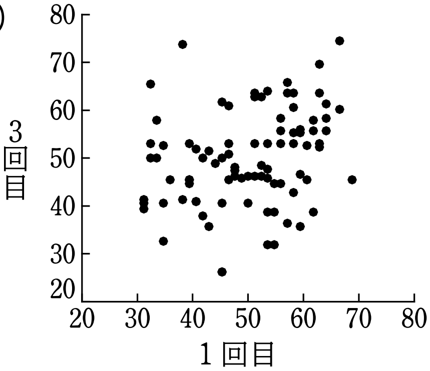
⓪


3回目
80
70
60
50
40
30
20
20 30 40 50 60 70 80
1 回目

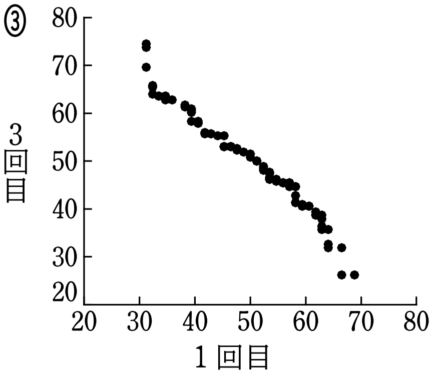
①


3回目
80
70
60
50
40
30
20
20 30 40 50 60 70 80
1 回目

②


3回目
80
70
60
50
40
30
20
20 30 40 50 60 70 80
1 回目

③


3回目
80
70
60
50
40
30
20
20 30 40 50 60 70 80
1 回目

6

A 組 m 人と B 組 n 人の生徒に対して行ったテストの得点を

A 組　x_1，x_2，……，x_m

B 組　y_1，y_2，……，y_n

と書く。各組の平均点を $\overline{x}$，$\overline{y}$，分散を ${S_\mathrm{A}}^2$，${S_\mathrm{B}}^2$ とする。また，A 組と B 組を合わせた $(m+n)$ 人の得点の平均点を $\overline{w}$，分散を S^2 とする。これらの間に一般的に成り立つ関係について調べる。

A 組の得点と $\overline{w}$ の差の 2 乗の和

$$(x_1-\overline{w})^2+(x_2-\overline{w})^2+\cdots\cdots+(x_m-\overline{w})^2$$

を，$\overline{x}$，${S_\mathrm{A}}^2$，$\overline{w}$ を用いて表すと $\boxed{\text{ア}}$ である。ただし，${S_\mathrm{A}}^2$ は

$${S_\mathrm{A}}^2=\frac{1}{m}({x_1}^2+{x_2}^2+\cdots\cdots+{x_m}^2)-(\overline{x})^2$$

で計算できる。$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ ${S_\mathrm{A}}^2+(\overline{x})^2+(\overline{w})^2$　　① ${S_\mathrm{A}}^2+(\overline{x}-\overline{w})^2$

② $m{S_\mathrm{A}}^2+m\{(\overline{x})^2+(\overline{w})^2\}$　　③ $m{S_\mathrm{A}}^2+m(\overline{x}-\overline{w})^2$

A 組と B 組の生徒を合わせた $(m+n)$ 人の得点の分散 S^2 は $\boxed{\text{イ}}$ に等しい。$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ $\dfrac{m{S_\mathrm{A}}^2+n{S_\mathrm{B}}^2+(m+n)\{(\overline{x}+\overline{y})^2-(\overline{w})^2\}}{m+n}$

① $\dfrac{m{S_\mathrm{A}}^2+n{S_\mathrm{B}}^2-(m+n)\{(\overline{x})^2+(\overline{y})^2-(\overline{w})^2\}}{m+n}$

② $\dfrac{m{S_\mathrm{A}}^2+n{S_\mathrm{B}}^2-\{m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2\}+(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$

③ $\dfrac{m{S_\mathrm{A}}^2+n{S_\mathrm{B}}^2+m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2+(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$

④ $\dfrac{m{S_\mathrm{A}}^2+n{S_\mathrm{B}}^2+m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2-(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$

$\boxed{7}$

白いボールが3個，黒いボールが1個入っている箱がある。この箱の中から1個のボールを取り出し，ボールの色を確認した後，ボールを箱に戻すという試行を4回行う。白いボールが取り出された回数を m とする。また，整数 n を次のように定義する。

- 白いボールが全く取り出されなかった場合は，$n=0$ とする。
- 白いボールは取り出されたが，2回以上連続して白いボールが取り出されなかった場合は，$n=1$ とする。
- 白いボールが2回以上連続して取り出された場合は，白いボールが連続して取り出された回数の最大値を n とする。

例えば，

白，白，黒，白の順に取り出した場合は，$n=2$

白，白，白，白の順に取り出した場合は，$n=4$

である。

(1) $m=3$ となる確率は，$\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

(2) $n=3$ となる確率は，$\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キクケ}}$ である。

(3) $n=2$ となる確率は，$\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シスセ}}$ である。

(4) $n=1$ となる確率は，$\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チツテ}}$ である。

$\boxed{8}$

点Oを中心とする半径3の円Oと，点Oを通り，点Pを中心とする半径1の円Pを考える。円Pの点Oにおける接線と円Oとの交点をA，Bとする。また，円Oの周上に，点Bと異なる点Cを，弦ACが円Pに接するようにとる。弦ACと円Pの接点をDとする。このとき，$AP=\sqrt{\boxed{アイ}}$，$OD=\dfrac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カ}}$ である。さらに，

$\cos\angle OAD=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ であり，$AC=\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$ である。

△ABCの面積は $\dfrac{\boxed{シスセ}}{\boxed{ソタ}}$ であり，△ABCの内接円の半径は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である。

(1)　円Oの周上に，点Eを線分CEが円Oの直径となるようにとる。△ABCの内接円の中心をQとし，△CEAの内接円の中心をRとする。このとき，$QR=\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}$ である。したがって，内接円Qと内接円Rは $\boxed{ニ}$。

$\boxed{ニ}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪　内接する　　　　①　異なる2点で交わる

②　外接する　　　　③　共有点を持たない

(2)　$AQ=\dfrac{\boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネノ}}}{\boxed{ハ}}$ であるから，$PQ=\dfrac{\sqrt{\boxed{ヒフ}}}{\boxed{ヘ}}$ となる。したがって，

$\boxed{ホ}$。$\boxed{ホ}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪　点Pは内接円Qの周上にある

①　点Qは円Pの周上にある

②　点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの内部にある

③　点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの外部にある