$\boxed{1}$

複素数平面上の 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) について，AB：AC$=\sqrt{3}$：6，$\angle$BAC$=30°$ が成り立っているとする。また，$w=-4\alpha+6\beta-\gamma$ で表される点を D(w) とおく。

(1)　$z=\dfrac{w-\alpha}{\gamma-\alpha}$ とするとき，$z+1$ の絶対値と偏角はそれぞれ

$$|z+1|=\sqrt{\boxed{\text{ア}}},\quad \arg(z+1)=\pm\boxed{\text{イウ}}°$$

なので $z+1=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pm\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}i$ である。

したがって，$|z|=\boxed{\text{ク}}$，$\arg z=\pm\boxed{\text{ケコ}}°$ である。

(2)　三角形 ABC と三角形 ACD の面積比は $\triangle$ABC：$\triangle$ACD$=1$：$\boxed{\text{サ}}$ である。

(3)　$\alpha=1$，$\beta=0$ のとき

$$\gamma=\boxed{\text{シス}}+\sqrt{\boxed{\text{セ}}}\,i,\quad w=\boxed{\text{ソタ}}-\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\,i$$

または

$$\gamma=\boxed{\text{シス}}-\sqrt{\boxed{\text{セ}}}\,i,\quad w=\boxed{\text{ソタ}}+\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\,i$$

である。

$\boxed{2}$

n^3-7n+9 が素数となるような整数 n をすべて求めよ。

$\boxed{3}$

数列 a_1，a_2，…… を $a_n=\dfrac{{}_{2n}\mathrm{C}_n}{n\,!}$ $(n=1,\ 2,\ \cdots\cdots)$ で定める。

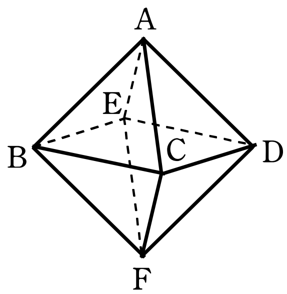
(1)　a_7 と 1 の大小を調べよ。

(2)　$n \geqq 2$ とする。$\dfrac{a_n}{a_{n-1}}<1$ を満たす n の範囲を求めよ。

(3)　a_n が整数となる $n \geqq 1$ をすべて求めよ。

$\boxed{4}$

座標空間に 6 点 A$(0,\ 0,\ 1)$，B$(1,\ 0,\ 0)$，C$(0,\ 1,\ 0)$，D$(-1,\ 0,\ 0)$，E$(0,\ -1,\ 0)$，F$(0,\ 0,\ -1)$ を頂点とする正八面体 ABCDEF がある。s，t を $0<s<1$，$0<t<1$ を満たす実数とする。線分 AB，AC をそれぞれ $1-s:s$ に内分する点を P，Q とし，線分 FD，FE をそれぞれ $1-t:t$ に内分する点を R，S とする。



(1)　4 点 P，Q，R，S が同一平面上にあることを示せ。

(2)　線分 PQ の中点を L とし，線分 RS の中点を M とする。
s，t が $0<s<1$，$0<t<1$ の範囲を動くとき，線分 LM の長さの最小値 m を求めよ。

(3)　正八面体 ABCDEF の 4 点 P，Q，R，S を通る平面による切り口の面積を X とする。線分 LM の長さが (2) の値 m をとるとき，X を最大とするような s，t の値と，そのときの X の値を求めよ。