

高1数学総合SA+ 確認テスト 冬期第4講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (1)3点 (2)3点 (3)4点

ベクトル \vec{a} , \vec{b} について $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{5}$ であるとき

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

(2) ベクトル $2\vec{a} - 3\vec{b}$ の大きさを求めよ。

(3) ベクトル $\vec{a} + t\vec{b}$ の大きさが最小となるように実数 t の値を定め、そのときの最小値を求めよ。

1 (1) 3点 (2) 3点 (3) 4点

(1) $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{5}$ から $|\vec{a}-\vec{b}|^2=5$

よって $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=5$ ゆえに $|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=5$

$|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$ であるから $3-2\vec{a}\cdot\vec{b}+4=5$

したがって $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$

(2) $|2\vec{a}-3\vec{b}|^2=(2\vec{a}-3\vec{b})\cdot(2\vec{a}-3\vec{b})=4|\vec{a}|^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+9|\vec{b}|^2$
 $=4\times(\sqrt{3})^2-12\times 1+9\times 2^2=36$

$|2\vec{a}-3\vec{b}|\geq 0$ であるから $|2\vec{a}-3\vec{b}|=6$

(3) $|\vec{a}+t\vec{b}|^2=(\vec{a}+t\vec{b})\cdot(\vec{a}+t\vec{b})=|\vec{a}|^2+2t\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2|\vec{b}|^2$
 $=4t^2+2t+3=4\left(t+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{11}{4}$ 」 2点

よって、 $|\vec{a}+t\vec{b}|^2$ は $t=-\frac{1}{4}$ のとき最小値 $\frac{11}{4}$ をとる。

$|\vec{a}+t\vec{b}|\geq 0$ であるから、このとき $|\vec{a}+t\vec{b}|$ も最小となる。

したがって、 $|\vec{a}+t\vec{b}|$ は $t=-\frac{1}{4}$ のとき最小値 $\frac{\sqrt{11}}{2}$ をとる。 」 2点