【定期試験対策講習】

２学期
期末考査
対策教材①

中１甲陽数学

【注意事項】

本教材は

数学Ｋ「展開・因数分解」
数学Ｔ「三平方の定理」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

次の式を展開せよ。

(1) $(a-b-2c)^2$　　(2) $(3x+2)(4x^2-3x-1)$

(3) $(x-3y+2z)(x+3y-2z)$　　(4) $(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)$

(5) $(x+y+z)(x-y-z)$　　(6) $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)$

(7) $(3a+2b)^2(3a-2b)^2$

$\boxed{2}$

次の式を因数分解せよ。

(1) $9a^3x^2y-45ax^3y^2+18a^2xy^3$　　(2) $(x-y)^2+yz-zx$

(3) $x^2+14x+49$　　(4) $9x^2-12xy+4y^2$

(5) $6a^3b-24ab^3$　　(6) $x^2+7x+10$

(7) $a^2+5a-24$　　(8) $3x^2+5x+2$

(9) $12x^2-16x-3$　　(10) $6a^2+23ab-48b^2$

$\boxed{3}$

次の式を因数分解せよ。

(1) $6(2x+1)^2+5(2x+1)-4$　　(2) $4x^2-9y^2+28x+49$

(3) $2x^4-7x^2-4$　　(4) $(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24$

$\boxed{4}$

次の式を因数分解せよ。

(1) $9b^2+3ab-2a-4$　　(2) $x^3-x^2y-xz^2+yz^2$　　(3) $1+2ab+a+2b$

$\boxed{5}$

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^4-13x^2+36　　(2) x^4+x^2+1

$\boxed{6}$

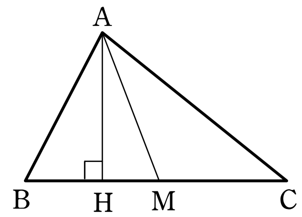
次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^3-y^3+x^2y-xy^2$　　(2) $2xy-2yz+2zx-x^2-y^2$

$\boxed{7}$

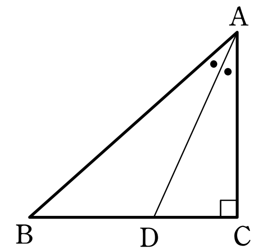
△ABC において，AB＝$2\sqrt{5}$ cm，BC＝7 cm，CA＝$\sqrt{41}$ cm である。頂点 A から辺 BC に垂線 AH を引き，辺 BC の中点を M とする。このとき，次の線分の長さを求めなさい。

(1) AH　　(2) AM



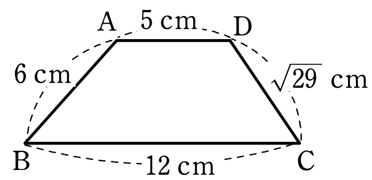
$\boxed{8}$

∠C＝90° である直角三角形 ABC の ∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると，BD＝3 cm，CD＝2 cm となった。このとき，線分 AD の長さを求めなさい。



$\boxed{9}$

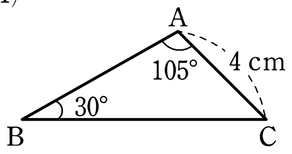
AD∥BC の台形 ABCD において，AB＝6 cm，BC＝12 cm，CD＝$\sqrt{29}$ cm，DA＝5 cm であるとき，この台形 ABCD の面積を求めなさい。



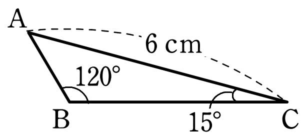
10

次の図で，辺 BC，AB の長さと △ABC の面積を求めなさい。

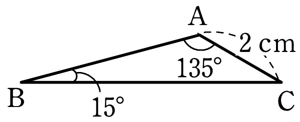
(1)



(2)



(3)



11

半径が 9 cm の円 O について，長さ 14 cm の弦と中心 O との距離を求めなさい。

12

直角三角形において，3 辺の長さの和が 30 cm で，内接円の半径が 2 cm である。
このとき，3 辺の長さをすべて求めなさい。

【解答&解説】

$\boxed{1}$

解答 (1) $a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc-4ca$　(2) $12x^3-x^2-9x-2$

(3) $x^2-9y^2-4z^2+12yz$　(4) x^4-5x^2+4

(5) $x^2-y^2-z^2-2yz$　(6) $x^4+4x^3-19x^2-46x+120$

(7) $81a^4-72a^2b^2+16b^4$

$\boxed{2}$

解答 (1) $9axy(a^2x-5x^2y+2ay^2)$　(2) $(x-y)(x-y-z)$　(3) $(x+7)^2$

(4) $(3x-2y)^2$　(5) $6ab(a+2b)(a-2b)$　(6) $(x+2)(x+5)$

(7) $(a+8)(a-3)$　(8) $(x+1)(3x+2)$　(9) $(2x-3)(6x+1)$

(10) $(2a-3b)(3a+16b)$

$\boxed{3}$

解答 (1) $(4x+1)(6x+7)$　(2) $(2x+3y+7)(2x-3y+7)$

(3) $(x+2)(x-2)(2x^2+1)$　(4) $(x+1)(x-3)(x+2)(x-4)$

$\boxed{4}$

解答 (1) $(3b-2)(a+3b+2)$　(2) $(x-y)(x-z)(x+z)$　(3) $(a+1)(2b+1)$

$\boxed{5}$

解答 (1) $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$　(2) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

$\boxed{6}$

解答 (1) $(x+y)^2(x-y)$　(2) $(x-y)(-x+y+2z)$

$\boxed{7}$

解答 (1) 4 cm　(2) $\dfrac{\sqrt{73}}{2}$ cm

$\boxed{8}$

解答 $2\sqrt{6}$ cm

$\boxed{9}$

解答 $17\sqrt{5}$ cm^2

$\boxed{10}$

解答 (1) $\mathrm{BC}=(2\sqrt{6}+2\sqrt{2})$ cm，$\mathrm{AB}=4\sqrt{2}$ cm，$\triangle\mathrm{ABC}=(4\sqrt{3}+4)$ cm^2

(2) $\mathrm{BC}=2\sqrt{6}$ cm，$\mathrm{AB}=(3\sqrt{2}-\sqrt{6})$ cm，$\triangle\mathrm{ABC}=(9-3\sqrt{3})$ cm^2

(3) $\mathrm{BC}=(2\sqrt{3}+2)$ cm，$\mathrm{AB}=(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ cm，$\triangle\mathrm{ABC}=(\sqrt{3}+1)$ cm^2

$\boxed{11}$

解答 $4\sqrt{2}$ cm

$\boxed{12}$

解答 13 cm，12 cm，5 cm

$\boxed{1}$

解説

(1) 与式$=a^2+(-b)^2+(-2c)^2+2a(-b)+2(-b)(-2c)+2(-2c)a$

$=a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc-4ca$

(2) $(3x+2)(4x^2-3x-1)=3x(4x^2-3x-1)+2(4x^2-3x-1)$

$=12x^3-9x^2-3x+8x^2-6x-2$

$=12x^3-x^2-9x-2$

(3) $(x-3y+2z)(x+3y-2z)=\{x-(3y-2z)\}\{x+(3y-2z)\}$

$=x^2-(3y-2z)^2=x^2-9y^2-4z^2+12yz$

(4) $(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)=\{(x^2+2)+3x\}\{(x^2+2)-3x\}$

$=(x^2+2)^2-(3x)^2$

$=(x^4+4x^2+4)-9x^2$

$=x^4-5x^2+4$

(5) $(x+y+z)(x-y-z)=\{x+(y+z)\}\{x-(y+z)\}$

$=x^2-(y+z)^2$

$=x^2-(y^2+2yz+z^2)$

$=x^2-y^2-z^2-2yz$

(6) $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)=(x-2)(x+4)\times(x-3)(x+5)$

$=(x^2+2x-8)(x^2+2x-15)$

$=\{(x^2+2x)-8\}\{(x^2+2x)-15\}$

$=(x^2+2x)^2-23(x^2+2x)+120$

$=x^4+4x^3+4x^2-23x^2-46x+120$

$=x^4+4x^3-19x^2-46x+120$

(7) $(3a+2b)^2(3a-2b)^2=\{(3a+2b)(3a-2b)\}^2$

$=(9a^2-4b^2)^2$

$=(9a^2)^2-2\times 9a^2\times 4b^2+(4b^2)^2$

$=81a^4-72a^2b^2+16b^4$

$\boxed{2}$

(解説)

(1) (与式)$=9axy(a^2x-5x^2y+2ay^2)$

(2) (与式)$=(x-y)^2-(x-y)z=(x-y)(x-y-z)$

(3) (与式)$=x^2+2\cdot 7x+7^2=(x+7)^2$

(4) (与式)$=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2=(3x-2y)^2$

(5) (与式)$=6ab(a^2-4b^2)=6ab(a+2b)(a-2b)$

(6) (与式)$=x^2+(2+5)x+2\cdot 5=(x+2)(x+5)$

(7) (与式)$=a^2+(8-3)a+8\cdot(-3)=(a+8)(a-3)$

(8) 下のたすき掛けから　(与式)$=(x+1)(3x+2)$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & \longrightarrow & 3 \\ 3 & 2 & \longrightarrow & 2 \\ \hline 3 & 2 & & 5 \end{array}$$

(9) 下のたすき掛けから　(与式)$=(2x-3)(6x+1)$

$$\begin{array}{cccc} 2 & -3 & \longrightarrow & -18 \\ 6 & 1 & \longrightarrow & 2 \\ \hline 12 & -3 & & -16 \end{array}$$

(10) 下のたすき掛けから　(与式)$=(2a-3b)(3a+16b)$

$$\begin{array}{cccc} 2 & -3b & \longrightarrow & -9b \\ 3 & 16b & \longrightarrow & 32b \\ \hline 6 & -48b^2 & & 23b \end{array}$$

$\boxed{3}$

(解説)

(1) $6(2x+1)^2+5(2x+1)-4=\{2(2x+1)-1\}\{3(2x+1)+4\}$

$=(4x+1)(6x+7)$

$$\begin{array}{cccc} 2 & -1 & \longrightarrow & -3 \\ 3 & 4 & \longrightarrow & 8 \\ \hline 6 & -4 & & 5 \end{array}$$

(2) $4x^2-9y^2+28x+49=(4x^2+28x+49)-9y^2$

$=\{(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 7+7^2\}-(3y)^2$

$=(2x+7)^2-(3y)^2$

$=(2x+7+3y)(2x+7-3y)$

$=(2x+3y+7)(2x-3y+7)$

(3) $2x^4-7x^2-4=2(x^2)^2-7x^2-4=(x^2-4)(2x^2+1)$

$=(x+2)(x-2)(2x^2+1)$

$$\begin{array}{cccc} 1 & -4 & \longrightarrow & -8 \\ 2 & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline 2 & -4 & & -7 \end{array}$$

(4) $(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24$

$=\{(x^2-2x)-3\}\{(x^2-2x)-8\}$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$

$=(x+1)(x-3)(x+2)(x-4)$

$\boxed{4}$

(解説)

(1) $9b^2+3ab-2a-4=(3b-2)a+9b^2-4$

$=(3b-2)a+(3b+2)(3b-2)$

$=(3b-2)(a+3b+2)$

(2) $x^3-x^2y-xz^2+yz^2=(z^2-x^2)y+x^3-xz^2$

$=(z^2-x^2)y-x(z^2-x^2)$

$=(z^2-x^2)(y-x)$

$=(z+x)(z-x)(y-x)$

$=(x-y)(x-z)(x+z)$

(3) $1+2ab+a+2b=(2b+1)a+2b+1$

$=(a+1)(2b+1)$

別解 $1+2ab+a+2b=(2a+2)b+a+1$

$=2(a+1)b+a+1$

$=(a+1)(2b+1)$

5

解説

(1) $x^4-13x^2+36=(x^2)^2-13x^2+36$

$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$ 答

(2) $x^4+x^2+1=(x^4+2x^2+1)-x^2$

$=(x^2+1)^2-x^2$

$=\{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\}$

$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ 答

6

解説

(1) $x^3-y^3+x^2y-xy^2=(x^3+x^2y)-(xy^2+y^3)$

$=x^2(x+y)-y^2(x+y)$

$=(x+y)(x^2-y^2)$

$=(x+y)(x+y)(x-y)$

$=(x+y)^2(x-y)$ 答

(2) $2xy-2yz+2zx-x^2-y^2=-(x^2-2xy+y^2)+(2zx-2yz)$

$=-(x-y)^2+2z(x-y)$

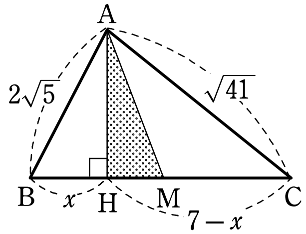
$=(x-y)\{-(x-y)+2z\}$

$=(x-y)(-x+y+2z)$ 答

7

解説

(1) BH$=x$ cm とおくと，CH$=(7-x)$ cm である。



直角三角形 ABH において，三平方の定理により

$x^2+\mathrm{AH}^2=(2\sqrt{5})^2$

よって　$\mathrm{AH}^2=20-x^2$ ……①

直角三角形 ACH において，三平方の定理により

$(7-x)^2+\mathrm{AH}^2=(\sqrt{41})^2$

よって　$\mathrm{AH}^2=41-(7-x)^2$ ……②

①，② から　$20-x^2=41-(7-x)^2$

よって　$14x=28$

したがって　$x=2$

① に代入して　$\mathrm{AH}^2=20-2^2=16$

AH>0 であるから　AH$=4$ cm

(2) (1) より，BH$=2$ であるから　$\mathrm{MH}=\mathrm{BM}-\mathrm{BH}=\frac{7}{2}-2=\frac{3}{2}$

直角三角形 AMH において，三平方の定理により　$\left(\frac{3}{2}\right)^2+4^2=\mathrm{AM}^2$

よって　$\mathrm{AM}^2=\frac{73}{4}$

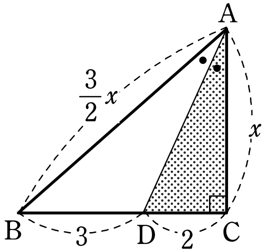
AM>0 であるから　$\mathrm{AM}=\sqrt{\frac{73}{4}}=\frac{\sqrt{73}}{2}$ (cm)

$\boxed{8}$

(解説)

線分 AD は，∠A の二等分線であるから

$$AB : AC = BD : DC = 3 : 2$$



よって，$AC = x$ cm とおくと，$AB = \frac{3}{2}x$ cm である。

直角三角形 ABC において，三平方の定理により

$$x^2 + (3+2)^2 = \left(\frac{3}{2}x\right)^2$$

よって　$x^2 = 20$

$x > 0$ であるから　$x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

直角三角形 ADC において，三平方の定理により

$$(2\sqrt{5})^2 + 2^2 = AD^2$$

よって　$AD^2 = 24$

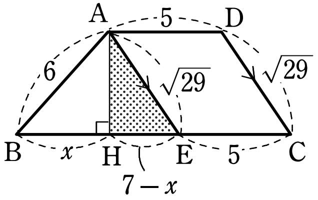
$AD > 0$ であるから　$AD = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ (cm)

$\boxed{9}$

(解説)

頂点 A から辺 BC へ垂線 AH を引く。

また，頂点 A を通り，辺 DC に平行な直線と辺 BC の交点を E とすると，四角形 AECD は平行四辺形である。



よって　$BE = 12 - 5 = 7$

$BH = x$ cm とおくと　$HE = BE - BH = 7 - x$

直角三角形 ABH において　$x^2 + AH^2 = 6^2$

よって　$AH^2 = 36 - x^2$　……①

直角三角形 AEH において　$(7-x)^2 + AH^2 = (\sqrt{29})^2$

よって　$AH^2 = 29 - (7-x)^2$　……②

①，② から　$36 - x^2 = 29 - (7-x)^2$

よって　$14x = 56$

したがって　$x = 4$

① に代入して　$AH^2 = 36 - 4^2 = 20$

$AH > 0$ であるから　$AH = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

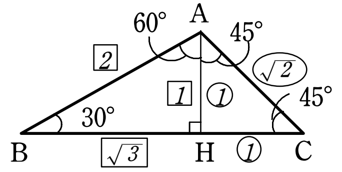
よって，台形 ABCD の面積は

$$(5+12) \times AH \div 2 = 17 \times 2\sqrt{5} \div 2 = 17\sqrt{5} \ (cm^2)$$

$\boxed{10}$

(解説)

(1)　$\angle C = 180° - (30° + 105°) = 45°$



頂点 A から辺 BC に垂線 AH を引くと

$\angle BAH = 60°$，　$\angle CAH = 45°$

直角三角形 CHA において，

$AH : CH : AC = 1 : 1 : \sqrt{2}$ であるから

$$AH = CH = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

直角三角形 ABH において，$AH : AB : BH = 1 : 2 : \sqrt{3}$ であるから

$$AB = 2AH = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \ (cm)$$

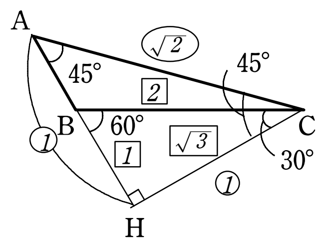
$$BH = \sqrt{3}AH = \sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$$

よって　$BC = BH + CH = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$ (cm)

また　$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}) \times 2\sqrt{2}$

$$= 4\sqrt{3} + 4 \ (cm^2)$$

(2)　$\angle A = 180° - (15° + 120°) = 45°$



頂点 C から線分 AB の延長に垂線 CH を引くと

$\angle CBH = 60°$

$\angle ACH = 30° + 15° = 45°$

直角三角形 ACH において，

$AH : CH : AC = 1 : 1 : \sqrt{2}$ であるから

$$AH = CH = 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

直角三角形 BCH において，$BH : BC : CH = 1 : 2 : \sqrt{3}$ であるから

$$BC = \frac{2}{\sqrt{3}}CH = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{6} \ (cm)$$

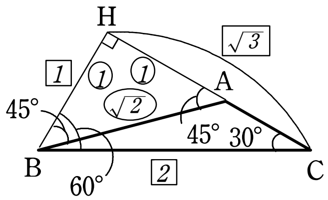
$$\mathrm{BH}=\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{CH}=\frac{1}{\sqrt{3}}\times 3\sqrt{2}=\sqrt{6}$$

よって　　$\mathrm{AB}=\mathrm{AH}-\mathrm{BH}=3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ (cm)

また　　$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{CH}=\frac{1}{2}\times(3\sqrt{2}-\sqrt{6})\times 3\sqrt{2}$

$$=9-3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$

(3)　　$\angle\mathrm{C}=180°-(15°+135°)=30°$



頂点 B から線分 CA の延長に垂線 BH を引くと

$\angle\mathrm{CBH}=60°$,　$\angle\mathrm{ABH}=45°$

直角三角形 HBA において，

$\mathrm{HB}:\mathrm{HA}:\mathrm{AB}=1:1:\sqrt{2}$ であるから

$\mathrm{AB}=\sqrt{2}\,\mathrm{HB}$　　……①

また，HB＝HA であるから，この長さを x cm とする。

直角三角形 HBC において，$\mathrm{BH}:\mathrm{BC}:\mathrm{CH}=1:2:\sqrt{3}$ であるから

$\mathrm{BC}=2\mathrm{BH}$　　……②

また　　$\mathrm{BH}:\mathrm{CH}=1:\sqrt{3}$

すなわち　　$x:(x+2)=1:\sqrt{3}$

よって　　$\sqrt{3}x=x+2$

したがって　　$(\sqrt{3}-1)x=2$

よって　　$x=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{2}=\sqrt{3}+1$

② から　　$\mathrm{BC}=2(\sqrt{3}+1)=2\sqrt{3}+2$ (cm)

① から　　$\mathrm{AB}=\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ (cm)

したがって　　$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\mathrm{AC}\times\mathrm{BH}=\frac{1}{2}\times 2\times(\sqrt{3}+1)$

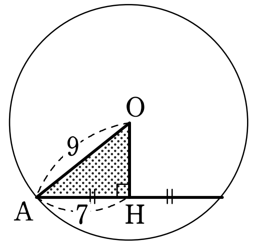
$$=\sqrt{3}+1\ (\mathrm{cm}^2)$$

$\boxed{11}$

(解説)

円の中心 O から弦に垂線 OH を引く。

弦の一方の端点を A とする。



H は弦の中点であるから　　$\mathrm{AH}=\frac{14}{2}=7$

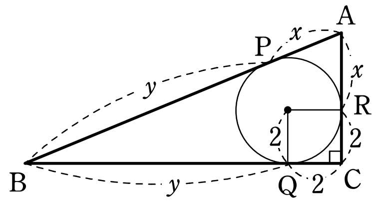
直角三角形 OAH において　　$\mathrm{OH}^2+7^2=9^2$

よって　　$\mathrm{OH}^2=32$

OH＞0 であるから　　$\mathrm{OH}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ (cm)

$\boxed{12}$

(解説)



右の図のように，直角三角形の頂点を A，B，C とし，内接円と辺 AB，BC，CA との接点をそれぞれ P，Q，R とすると

$\mathrm{CQ}=\mathrm{CR}=2$

また，$\mathrm{AP}=x$ cm，$\mathrm{BP}=y$ cm とすると

$\mathrm{AR}=x$，$\mathrm{BQ}=y$

条件から　　$(x+y)+(y+2)+(x+2)=30$

すなわち　　$2x+2y=26$

よって　　$y=13-x$

直角三角形 ABC において　　$(x+2)^2+\{(13-x)+2\}^2=\{(13-x)+x\}^2$

すなわち　　$(x^2+4x+4)+(225-30x+x^2)=169$

よって　　$x^2-13x+30=0$

ゆえに　　$(x-3)(x-10)=0$

したがって　　$x=3$，10

$x=3$ のとき，$y=10$ であるから

$\mathrm{AB}=13$，　$\mathrm{BC}=12$，　$\mathrm{CA}=5$

$x=10$ のとき，$y=3$ であるから

$\mathrm{AB}=13$，　$\mathrm{BC}=5$，　$\mathrm{CA}=12$

したがって，3 辺の長さは　　13 cm，12 cm，5 cm