



高3共通テスト数学

最終チェック

～ 数学ⅡBC ～

氏名

国私立中高一貫校対象英語数学個別指導 スタディ・コラボ

第1問 (必答問題) (配点 15)

[1] 太郎さんと花子さんは、指数関数のグラフと対数関数のグラフについて話している。

太郎：指数関数 $y = 2^x$ のグラフと対数関数 $y = \log_2 x$ のグラフは、直線 $y = x$ に関して対称なんだよね。

花子：そうだね。 x と y を入れかえた式になっている二つのグラフは、直線 $y = x$ に関して対称になるからね。

(1) 関数 $y = 4^{x+1}$ のグラフと直線 $y = x$ に関して対称なグラフを表す関数は である。

の解答群

① $y = 2 \log_2 x - 1$

① $y = 2 \log_2 x - 2$

② $y = \frac{1}{2} \log_2 x - 1$

③ $y = \frac{1}{2} \log_2 x - 2$

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 2 問は次ページに続く。)

(2) $f(x) = 4^{x-1}$ とする。このとき

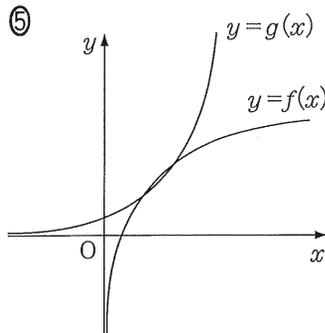
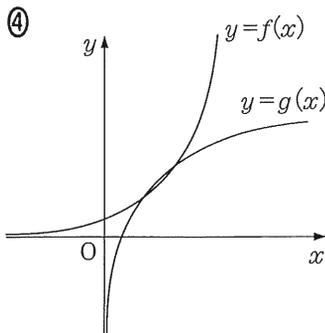
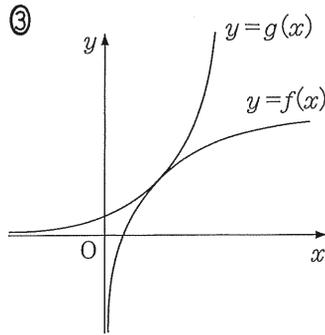
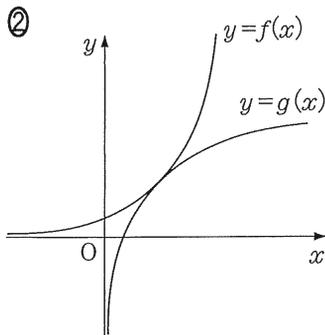
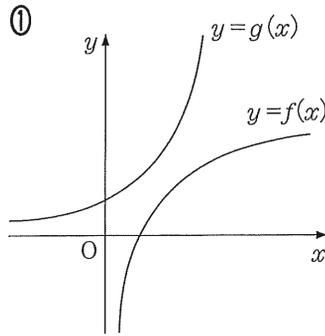
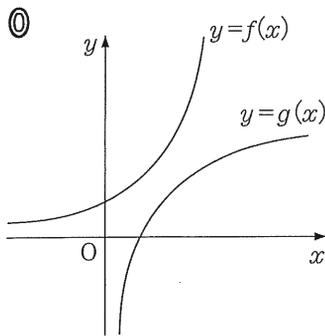
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフが直線 $y = x$ に関して対称であるとするとき、 $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフを図示したものは

$\boxed{\text{エ}}$ となる。

$\boxed{\text{エ}}$ については、最も適当なものを、次の ①～⑤ のうちから一つ選べ。



数学 II, 数学 B, 数学 C

- 〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて 6, 7 ページの常用対数表を用いてもよい。

音は空気の圧力変化であり、音によって生じる大気圧からの圧力の変化分を音圧という。人間が聞き取ることのできる音の大きさの範囲(可聴範囲)は、音圧でおおよそ 0.00002 Pa から 20 Pa までである。ただし、 Pa (パスカル)は圧力の単位である。

音の大きさの表示方法として、デシベル表示と呼ばれるものがある。これは、音圧レベル(単位は dB , デシベル)を

$$L = 10 \log_{10} \frac{p^2}{p_0^2} = \boxed{\text{オカ}} \log_{10} \frac{p}{p_0}$$

で定義し、 L の大小で音の強弱を表す方法である。ただし、 p は測定された音圧(単位は Pa)とし、 p_0 は音圧の基準値($0.00002 = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$)である。

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 2 問は次ページに続く。)

よって、人間が聞き取ることのできる音の大きさの範囲(可聴範囲)を、デシベルに換算すると $\boxed{\text{キ}}$ dB から $\boxed{\text{クケコ}}$ dB であることがわかる。

また、セミの鳴き声の音圧レベルが 80 dB であるとするとき、その音圧は、およそ $\boxed{\text{サ}}$ $\boxed{\text{シ}}$ Pa である。

音圧レベルが同じものの音源の数が n 倍になったときの音圧レベルは $10\log_{10} n$ だけ増加する。ただし、 n は自然数とする。

セミ一匹の鳴き声の音圧レベルが 80 dB で、どのセミの鳴き声も同じ音圧レベルとするとき、音圧レベルが 95 dB 以上になるのは、セミが少なくとも $\boxed{\text{スセ}}$ 匹以上鳴いているときと考えられる。

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 2 問は次ページに続く。)

常用対数表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 2 問は次ページに続く。)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996

第2問 (必答問題) (配点 15)

内角の一つが直角である多角形における、直角をはさむ辺の長さについて考えよう。

- (1) 直角三角形においては、辺の長さを三角関数を用いて表すことができる。例えば

$$\angle BAC = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right), \angle ABC = \frac{\pi}{2}, AC = 1$$

を満たす直角三角形 ABC において、 $AB = \boxed{\text{ア}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

① $\sin \theta$

② $\cos \theta$

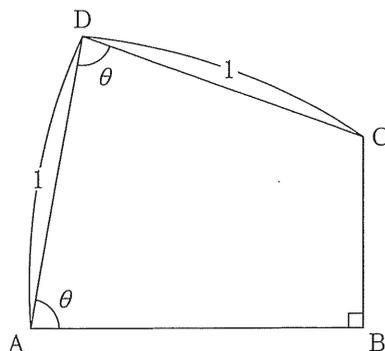
③ $\tan \theta$

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 2 問は次ページに続く。)

(2) 内角の一つが直角である四角形において、辺の長さを三角関数を用いて表すことを考える。

$$\angle BAD = \angle ADC = \theta \left(\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2}{3}\pi \right), \angle ABC = \frac{\pi}{2}, AD = DC = 1$$

を満たす四角形 ABCD において、辺 AB の長さを求めよう。



参考図

(i) 辺 AB の長さを求めるために二つの方針で考える。

方針 1

対角線 AC を引き、 $\triangle ADC$ に着目して考える。

$\triangle ADC$ は $AD = DC$ の二等辺三角形であるから、 $AC = \boxed{\text{イ}}$ である。また、 $\cos \angle CAB = \boxed{\text{ウ}}$ であるから、辺 AB の長さを三角関数を用いて表すことができる。

$\boxed{\text{イ}}$ 、 $\boxed{\text{ウ}}$ については、最も適当なものを、次の ①~⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① $\frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2}$

② $\frac{1}{2} \sin \theta$

③ $\frac{1}{2} \sin \frac{3}{2}\theta$

④ $\sin \frac{\theta}{2}$

⑤ $\sin \theta$

⑥ $\sin \frac{3}{2}\theta$

⑦ $2 \sin \frac{\theta}{2}$

⑧ $2 \sin \theta$

⑨ $2 \sin \frac{3}{2}\theta$

方針 2

点 D から直線 AB に垂直な直線を引き、直線 AB との交点を H として、四角形 BCDH に着目して考える。

$\frac{\pi}{3} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、点 H は線分 AB 上にあり、 $AH = \boxed{\text{エ}}$ である。
また、四角形 BCDH において、点 C から直線 DH に引いた垂線を考えると、 $BH = \boxed{\text{オ}}$ である。

$\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{2}{3}\pi$ のとき、点 H は線分 AB 上にはなく、 $AH = \boxed{\text{カ}}$ である。
また、 $BH = \boxed{\text{キ}}$ である。

いずれの場合も、式を整理することで、辺 AB の長さを三角関数を用いて表すことができる。

$\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{キ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $\sin \theta$	② $\cos \theta$	③ $-\sin \theta$	④ $-\cos \theta$
⑤ $\sin 2\theta$	⑥ $\cos 2\theta$	⑦ $-\sin 2\theta$	⑧ $-\cos 2\theta$

(ii) AB の長さを $\cos \theta$ を用いて表すと

$$AB = \boxed{\text{クケ}} \cos^2 \theta + \cos \theta + \boxed{\text{コ}}$$

である。

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 2 問は次ページに続く。)

(3) 内角の一つが直角である五角形において、辺の長さを $\cos \theta$ を用いて表すことを考える。

$$\angle BAE = \angle AED = \angle EDC = \theta \quad \left(\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{4}\pi \right), \quad \angle ABC = \frac{\pi}{2},$$

$$AE = ED = DC = 1$$

を満たす五角形 ABCDE において

$$AB = \boxed{\text{サ}} \cos^3 \theta - \boxed{\text{シ}} \cos^2 \theta - \boxed{\text{ス}} \cos \theta + \boxed{\text{セ}}$$

である。

第3問 (必答問題) (配点 22)

[1] p を実数とし, $f(x) = x^3 - 3x + p$ とおく。 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

(1) $f'(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}}$ であり, C 上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{ア}} a^2 - \boxed{\text{イ}} \right) x - \boxed{\text{ウ}} a^{\boxed{\text{エ}}} + p \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

である。

(2) C の接線で点 $(1, 1)$ を通るものを考える。

(i) ①が点 $(1, 1)$ を通るとき

$$\boxed{\text{オ}} a^3 - \boxed{\text{カ}} a^2 + \boxed{\text{キ}} = p$$

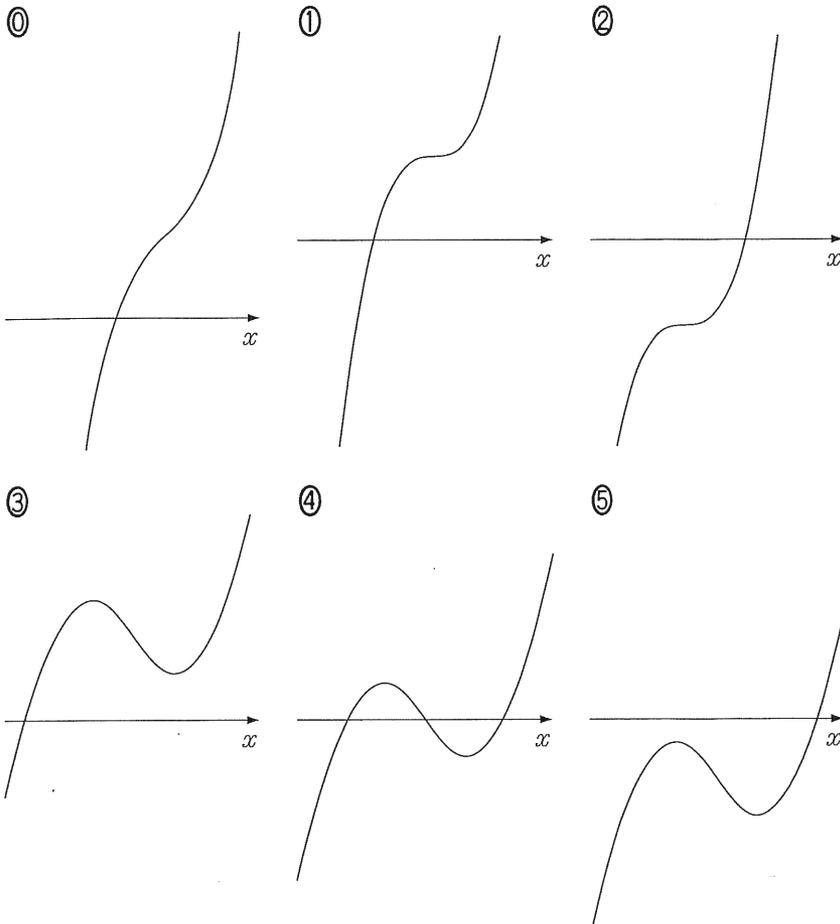
が成り立つ。

$g(x) = \boxed{\text{オ}} x^3 - \boxed{\text{カ}} x^2 + \boxed{\text{キ}}$ とすると, $y = g(x)$ のグラフの概形は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第3問は次ページに続く。)

ケ

については, 最も適当なものを, 次の ①~⑤ のうちから一つ
 選べ。



(ii) C の接線で点 $(1, 1)$ を通る接線の本数を n とする。次の ①~⑤ のうち, 正しいものは ケ と コ である。

ケ, コ の解答群(解答の順序は問わない。)

① $n = 1$ ならば $p < 0$	① $p < 0$ ならば $n = 1$
② $n = 2$ ならば $p < 0$	③ $p < 0$ ならば $n = 2$
④ $n = 3$ ならば $p > 0$	⑤ $p > 0$ ならば $n = 3$

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 3 問は次ページに続く。)

[2] 関数 $f(x)$ は

$$f(x) = x^2 + \int_0^2 (x-t)f(t) dt \quad \dots\dots ①$$

を満たすものとする。

(1) $f(x)$ を求めよう。

① は

$$f(x) = x^2 + x \int_0^2 f(t) dt - \int_0^2 tf(t) dt$$

と変形することができるので

$$a = \int_0^2 f(t) dt, \quad b = \int_0^2 tf(t) dt \quad \dots\dots ②$$

とおくと

$$f(x) = x^2 + ax - b \quad \dots\dots ③$$

となる。②, ③より, a, b の関係式

$$\boxed{\text{サ}} a - \boxed{\text{シ}} b + \boxed{\text{ス}} = 0$$

$$\boxed{\text{セ}} a - \boxed{\text{ソ}} b + \boxed{\text{タチ}} = 0$$

を得るので, これより

$$a = \boxed{\text{ツ}}, \quad b = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。よって, $f(x)$ が定まる。

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 3 問は次ページに続く。)

(2) 方程式 $f(x) = 0$ の2解を α, β ($\alpha < \beta$) とし、 $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ とおく。次の①~⑤のうち、正しいものは ナ と ニ である。

ナ, ニ の解答群(解答の順序は問わない。)

- | | | |
|----------------------|---------------------|-----------------|
| ① $g(\alpha) > g(0)$ | ② $g(\beta) > g(0)$ | ③ $g(2) > g(0)$ |
| ④ $g(\alpha) < g(1)$ | ⑤ $g(\beta) < g(1)$ | ⑥ $g(2) < g(1)$ |

第4問 (選択問題) (配点 16)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおく、つまり $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする。

数列 $\{a_n\}$ と $\{S_n\}$ は関係式

$$S_n = 2n^2 - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。

$$a_1 = \boxed{\text{ア}}, \quad a_2 = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

$S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ であることに着目することにより、 a_{n+1} を a_n と n を用いて表すと

$$a_{n+1} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} a_n + \boxed{\text{カ}} n + \boxed{\text{キ}}$$

である。

いま、数列 $\{b_n\}$ を数列 $\{a_n\}$ の階差数列とする、つまり $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。

$$b_1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad b_{n+1} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} b_n + \boxed{\text{シ}}$$

である。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第4問は次ページに続く。)

$$b_{n+1} - \boxed{\text{ス}} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} (b_n - \boxed{\text{ス}})$$

と変形できることに注目すると

$$b_n = \boxed{\text{セ}} - 3 \left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \right)^{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

このことにより数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ツ}} n - \boxed{\text{テ}} + 3 \left(\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \right)^{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

$\boxed{\text{チ}}$, $\boxed{\text{ニ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① $n-2$ ② $n-1$ ③ n ④ $n+1$ ⑤ $n+2$

第5問 (選択問題) (配点 16)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて23ページの正規分布表を用いてもよい。

ある農園で生産されるいちご全体を母集団とし、この母集団におけるいちご1個の重さ(単位はg)を表す確率変数を X とする。 X は平均 m , 標準偏差 σ の正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従っているとす。

(1) $m = 35, \sigma = 4.8$ とする。

(i) この農園で生産されるいちご1個あたりの重さが41g以上になる確率を求めてみよう。

確率変数 Z を $Z = \frac{X - m}{\sigma}$ とすると、 Z は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うので

$$P(X \geq 41) = P\left(Z \geq \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イウ}}\right)$$

$$= \boxed{\text{エ}}$$

である。

$\boxed{\text{エ}}$ については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ① 0.1056 | ② 0.1112 | ③ 0.3888 | ④ 0.3944 |
|----------|----------|----------|----------|

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第5問は次ページに続く。)

- (ii) この農園では, 生産されたいちごを無作為に 9 個選び, パックに詰めて商品としている。パック 1 個の重さは 2g である。

このとき, 商品 1 個あたりの重さを表す確率変数を Y とすると

Y の平均は .

Y の標準偏差は .

である。

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 5 問は次ページに続く。)

(2) m の値がわかっていないものとする。

(i) 母平均 m の値を推定してみよう。

この農園で生産されるいちごを無作為に 100 個選び、重さを量ってみたところ、標本平均 \bar{X} は 38 であった。ただし、 $\sigma = 4.8$ とする。このとき、 m に対する信頼度 95% の信頼区間は である。

については、最も適当なものを、次の ①～⑤ のうちから一つ選べ。

① $36.97 \leq m \leq 39.03$

① $37.00 \leq m \leq 39.00$

② $37.03 \leq m \leq 38.97$

③ $37.06 \leq m \leq 38.94$

④ $37.09 \leq m \leq 38.91$

⑤ $37.12 \leq m \leq 38.88$

(ii) この農園がある地区全体で生産されるいちご 1 個の重さの母平均は 37、母標準偏差は 4.8 である。このとき、この農園で生産されるいちご 1 個の重さの母平均 m は、地区全体の平均と異なるかどうかを、(i) のデータをもとに、有意水準 5% で仮説検定してみよう。

そのため、帰無仮説を「」とし、対立仮説を「」とする。

帰無仮説が正しいとすると、標本平均 \bar{X} は平均 、標準偏差 の正規分布に従うので、確率変数 U を

$$U = \frac{\bar{X} - \text{ソ}}{\text{タ}}$$

とおくと、 U は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

正規分布表より

$$P(|U| \leq \text{チ}) \doteq 0.95$$

であるから、有意水準 5% の棄却域は $|U| > \text{チ}$ である。

\bar{X} の値が 38 であるとき、 U の値は 、 であるから、帰無仮説は 。よって、この農園で生産されるいちご 1 個の重さの母平均は、地区全体の平均と 。

ス, セ の解答群

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① m は 37 である | ① m は 38 である |
| ② m は 37 ではない | ③ m は 38 ではない |

ソ, タ の解答群

- | | | |
|---------|--------|-------|
| ① 0.048 | ① 0.48 | ② 4.8 |
| ③ 48 | ④ 37 | ⑤ 38 |

チ の解答群

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ① 1.64 | ① 1.96 | ② 2.33 | ③ 2.58 |
|--------|--------|--------|--------|

ナ の解答群

- | | |
|---------|----------|
| ① 棄却される | ① 棄却されない |
|---------|----------|

ニ の解答群

- | | |
|-----------|-------------|
| ① 異なるといえる | ① 異なるとはいえない |
|-----------|-------------|

(数学 II, 数学 B, 数学 C 第 5 間は 25 ページに続く。)

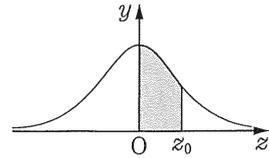
数学Ⅱ, 数学B, 数学C

(下書き用紙)

数学Ⅱ, 数学B, 数学Cの試験問題は次に続く。

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の
灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第6問 (選択問題) (配点 16)

四面体 OABC において

$$|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = 4, \quad |\overrightarrow{OC}| = 3, \quad \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 60^\circ$$

であるとする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ア}}, \quad \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \boxed{\text{イ}} \text{ である。}$$

いま、辺 AB 上に点 P をとり、辺 OC 上に点 Q をとる。

すると、 $0 \leq s \leq 1$, $0 \leq t \leq 1$ であるような実数 s , t を用いて

$$\overrightarrow{OP} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b}, \quad \overrightarrow{OQ} = t\vec{c}$$

と表すことができる。これより

$$|\overrightarrow{PQ}|^2 = (\boxed{\text{ウ}}s - \boxed{\text{エ}})^2 + (\boxed{\text{オ}}t - \boxed{\text{カ}})^2 + \boxed{\text{キ}}$$

となる。

したがって、 $|\overrightarrow{PQ}|$ が最小となるのは $s = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$, $t = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ のときであり、

このとき $|\overrightarrow{PQ}| = \boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

以下、P と Q は $|\overrightarrow{PQ}| = \boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ を満たすとする。

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OC} = \boxed{\text{セ}}, \quad \overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{OC} = \boxed{\text{ソ}} \text{ である。}$$

また、三角形 QAB の面積 S は $S = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(数学II, 数学B, 数学C 第6問は次ページに続く。)

3点 Q, A, B の定める平面を α とする。

四面体 OABC は平面 α によって二つの四面体に分けられることに着目すると、四面体 OABC の体積は $\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ とわかる。

3点 A, B, C の定める平面を β とする。

線分 PQ の中点を M とし、直線 OM と平面 β の交点を R として、R について考える。

まず、点 R は直線 OM 上にあることから、実数 k を用いて

$$\overrightarrow{OR} = k \overrightarrow{OM} \quad \dots\dots\dots (*)$$

と表される。

また、点 R は平面 β 上にあることから、実数 m, n を用いて

$$\overrightarrow{CR} = m \overrightarrow{CA} + n \overrightarrow{CB} \quad \dots\dots\dots (**)$$

と表される。

(*) と (**) より、実数 k, m, n の値を求めることができるので \overrightarrow{OR} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{OR} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{又}}}{\boxed{\text{ネ}}} \vec{c}$$

である。

第7問 (選択問題) (配点 16)

[1] 放物線 $y^2 = 2x - 2$ について、焦点の座標は $\left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \text{ウ} \right)$ であり、準線の方程式は $x = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。

[2] 座標平面上で

$$(x - y)^2 = 2\sqrt{2}(x + y) - 4 \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

で表される図形 C について考える。

(1) y は定数として、①を x についての2次方程式とみるために

$$x^2 - 2(y + \sqrt{2})x + y^2 - 2\sqrt{2}y + 4 = 0 \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

と書き直す。

この x についての2次方程式の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = \text{カ} \sqrt{\text{キ}} y - \text{ク}$$

である。

②を満たす実数 x が存在することから、 y のとり得る値の範囲は

$$y \geq \frac{\sqrt{\text{ケ}}}{\text{コ}}$$

である。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

①において x と y を入れ替えても元と同じ式になることに注目すると、 x

のとり得る値の範囲も $x \geq \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

すると、 C は $x \geq \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ かつ $y \geq \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ を満たす領域に存在し

ていることがわかる。

いま、②において $y = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ とすると、 x の2次方程式

$$\left(x - \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \right)^2 = 0$$

が得られるので、この方程式は重解 $x = \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ をもつ。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

(2) C 上の点 (x, y) を原点を中心として $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点を (X, Y)

とする。このとき、複素数平面上で2点 $x+iy$, $X+iY$ の関係を考えて

$$X+iY = (\boxed{\text{セ}})(x+iy)$$

が成り立つことがわかる。ただし、 i は虚数単位である。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

- | | | |
|--|---|--|
| ① $\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ | ② $\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}$ | ③ $-\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ |
| ④ $-\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}$ | ⑤ $\frac{1+i}{2}$ | ⑥ $\frac{1-i}{2}$ |

したがって

$$x+y = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} X, \quad x-y = \boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} Y$$

が成り立つ。この2式と①から

$$Y^2 - \boxed{\text{ツ}} X + \boxed{\text{テ}} = 0$$

が導かれる。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

(3) (2)により, 図形 C を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させて得られる図形は放

物線 $y^2 - \boxed{\text{ツ}}x + \boxed{\text{テ}} = 0$ である。

したがって, C は放物線であり

$$\text{焦点の座標は} \left(\frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}} \right)$$

$$\text{準線の方程式は } y = \boxed{\text{ヌ}}x + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

である。