1

解答　(ア)$\sqrt{(イ)}$　$4\sqrt{2}$　$\dfrac{(ウエ)}{(オ)}$　$\dfrac{-2}{3}$　(カ)　②　(キ)　③　(ク)　①

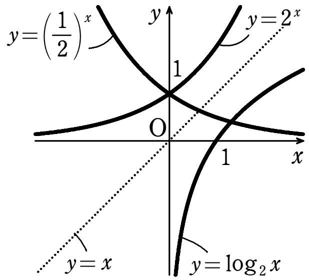
(ケ)　①　(コ)　6　(サ)　7　(シ)　③　(ス)　3　(セ)　8　(ソタ)　-2

解説

(1)　$8^{\frac{5}{6}}=(2^3)^{\frac{5}{6}}=2^{3\times\frac{5}{6}}=2^{\frac{5}{2}}=2^2\cdot 2^{\frac{1}{2}}={}^{ア}4\sqrt{{}^{イ}2}$

$$\log_{27}\frac{1}{9}=\log_{27}9^{-1}=-\log_{27}9=-\frac{\log_3 9}{\log_3 27}=-\frac{\log_3 3^2}{\log_3 3^3}=\frac{{}^{ウエ}-2}{{}^{オ}3}$$

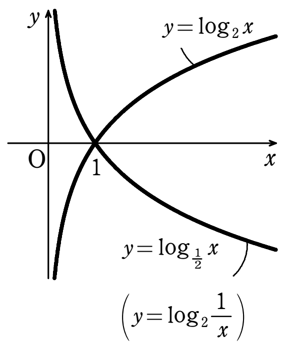
(2)　$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=(2^{-1})^x=2^{-x}$



よって，$y=2^x$ のグラフと $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフは y 軸に関して対称である。　(^{カ}②)

$y=2^x$ のグラフと $y=\log_2 x$ のグラフは直線 $y=x$ に関して対称である。　(^{キ}③)

$$y=\log_{\frac{1}{2}}x=\frac{\log_2 x}{\log_2\frac{1}{2}}=\frac{\log_2 x}{\log_2 2^{-1}}=-\log_2 x$$



よって，$y=\log_2 x$ のグラフと $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ のグラフは x 軸に関して対称である。　(^{ク}①)

$$y=\log_2\frac{1}{x}=\log_2 x^{-1}=-\log_2 x$$

よって，$y=\log_2 x$ のグラフと $y=\log_2\dfrac{1}{x}$ のグラフは x 軸に関して対称である。　(^{ケ}①)

(3)　$t=\log_2 x$ とおく。

$x>0$ であるから，t のとり得る値の範囲は実数全体である。　(^{シ}③)

$$y=(\log_2 x-\log_2 4)^2-4\frac{\log_2 x}{\log_2 4}+3=(\log_2 x-2)^2-2\log_2 x+3$$

$$=(t-2)^2-2t+3=t^2-{}^{コ}6t+{}^{サ}7=(t-3)^2-2$$

t は実数全体を動くから，y は $t=3$ のとき最小値 -2 をとる。

$t=3$ のとき　$3=\log_2 x$　　よって　$x=8$

したがって，y は $t={}^{ス}3$ のとき，すなわち $x={}^{セ}8$ のとき，最小値 ${}^{ソタ}-2$ をとる。

2

解答　(ア)　4　(イ)　4　$\dfrac{(ウ)}{(エ)}$　$\dfrac{1}{4}$　(オ)　3　(カ)　1　$\dfrac{(キ)}{(ク)}$　$\dfrac{4}{5}$

$\dfrac{(ケコ)}{(サ)}$　$\dfrac{-3}{5}$　$\dfrac{\sqrt{(シ)}}{(ス)}$　$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

解説

(1)　① の両辺に $\sin^2 x\cos^2 x$ を掛けると

$$\sin^2 x\cos^2 x\left\{\cos^2 x-\sin^2 x+k\left(\frac{1}{\cos^2 x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)\right\}=0$$

$$\sin^2 x\cos^2 x(\cos^2 x-\sin^2 x)+k(\sin^2 x-\cos^2 x)=0$$

$$\left(\frac{1}{2}\cdot 2\sin x\cos x\right)^2(\cos^2 x-\sin^2 x)-k(\cos^2 x-\sin^2 x)=0$$

$$\left(\frac{\sin 2x}{2}\right)^2\cos 2x-k\cos 2x=0$$

$$\left(\frac{\sin^2 2x}{{}^{ア}4}-k\right)\cos 2x=0\quad\cdots\cdots②$$

よって　$\dfrac{\sin^2 2x}{4}-k=0$　または　$\cos 2x=0$

$0<2x<\pi$ であるから，$\cos 2x=0$ より　$2x=\dfrac{\pi}{2}$　　よって　$x=\dfrac{\pi}{4}$　$\cdots\cdots$③

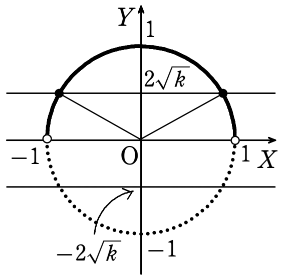
したがって，k の値に関係なく，$x=\dfrac{\pi}{{}^{イ}4}$ のとき常に ① が成り立つ。

また，$0<2x<\pi$ であるから　$0<\sin^2 2x\leqq 1$

$\dfrac{\sin^2 2x}{4}-k=0$ から　$\sin^2 2x=4k$

$k>0$ より　　$\sin 2x=\pm 2\sqrt{k}$

$\dfrac{\sin^2 2x}{4}-k=0$ を満たす x は，右の図から



$2\sqrt{k}>1$ すなわち $k>\dfrac{1}{4}$ のとき　　ない

$2\sqrt{k}=1$ すなわち $k=\dfrac{1}{4}$ のとき　　$\sin 2x=1$

よって　$x=\dfrac{\pi}{4}$

$2\sqrt{k}<1$ すなわち $0<k<\dfrac{1}{4}$ のとき　$x=\dfrac{\pi}{4}$ 以外の 2 個

③ と合わせると，① を満たす x の個数は

$k>\dfrac{^{\text{ウ}}1}{^{\text{エ}}4}$ のとき　1 個　　$0<k<\dfrac{1}{4}$ のとき　$^{\text{オ}}3$ 個　　$k=\dfrac{1}{4}$ のとき　$^{\text{カ}}1$ 個

(2)　$k=\dfrac{4}{25}$ とすると，② より　　$\left(\dfrac{\sin^2 2x}{4}-\dfrac{4}{25}\right)\cos 2x=0$

$\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$ より，$\dfrac{\pi}{2}<2x<\pi$ であるから　　$\cos 2x\neq 0$

よって　　$\dfrac{\sin^2 2x}{4}-\dfrac{4}{25}=0$　　　ゆえに　$\sin^2 2x=\dfrac{16}{25}$

$\dfrac{\pi}{2}<2x<\pi$ より，$\sin 2x>0$ であるから　　$\sin 2x=\dfrac{^{\text{キ}}4}{^{\text{ク}}5}$

$\cos^2 2x=1-\sin^2 2x$ より　　$\cos^2 2x=1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2=\dfrac{9}{25}$

$\dfrac{\pi}{2}<2x<\pi$ より，$\cos 2x<0$ であるから　　$\cos 2x=\dfrac{^{\text{ケコ}}-3}{^{\text{サ}}5}$

よって　　$2\cos^2 x-1=-\dfrac{3}{5}$　　　ゆえに　$\cos^2 x=\dfrac{1}{5}$

$\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$ より，$\cos x>0$ であるから　　$\cos x=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{^{\text{シ}}5}}{^{\text{ス}}5}$

3

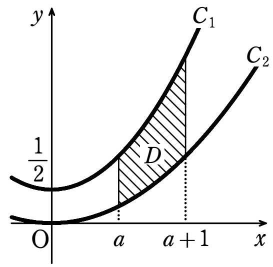
解答　(ア)　4　　(イ)　2　　(ウ)　4　　(エ)　4　　$\dfrac{(\text{オ})}{(\text{カキ})}$　$\dfrac{7}{12}$　　$\dfrac{(\text{クケ})}{(\text{コ})}$　$\dfrac{-1}{2}$

$\dfrac{(\text{サシ})}{(\text{スセ})}$　$\dfrac{25}{48}$　　(ソ)　1　　(タ)　2　　(チ)　2　　(ツ)　⓪　　(テ)　6

(ト)　2　　(ナ)　6　　(ニ)　4　　(ヌ)　4　　$\dfrac{(\text{ネノ})+\sqrt{(\text{ハ})}}{(\text{ヒ})}$　$\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$

解説

(1)　$\left(\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}\right)-\dfrac{1}{4}x^2=\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{2}>0$



よって，すべての実数 x について　　$\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}>\dfrac{1}{4}x^2$

ゆえに　　$S=\displaystyle\int_a^{a+1}\left(\frac{1}{^{\text{ア}}4}x^2+\frac{1}{^{\text{イ}}2}\right)dx$

$=\left[\dfrac{x^3}{12}+\dfrac{x}{2}\right]_a^{a+1}$

$=\dfrac{a^2}{^{\text{ウ}}4}+\dfrac{a}{^{\text{エ}}4}+\dfrac{^{\text{オ}}7}{^{\text{カキ}}12}$

$=\dfrac{1}{4}\left(a+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{25}{48}$

よって，S は $a=\dfrac{^{\text{クケ}}-1}{^{\text{コ}}2}$ で最小値 $\dfrac{^{\text{サシ}}25}{^{\text{スセ}}48}$ をとる。

(2)　$\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}=1$ を解いて　　$x=\pm 1$

よって，C_1 と $y=1$ との交点の座標は　　$(\pm{}^{\text{ソ}}1,\ 1)$

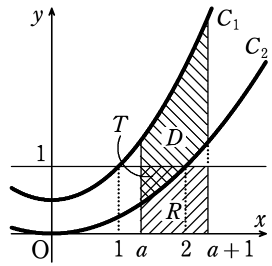
また，$\dfrac{1}{4}x^2=1$ を解いて　　$x=\pm 2$

よって，C_2 と $y=1$ との交点の座標は　　$(\pm{}^{\text{タ}}2,\ 1)$

したがって，$a>2$ のとき，R は C_2 と x 軸の間にあるから，D と R は共通部分をもたない。

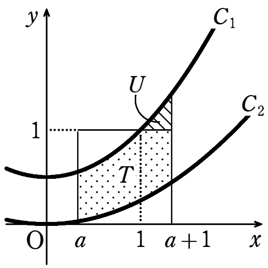
$a\geqq 0$ であるから，求める a の範囲は　　$0\leqq a\leqq {}^{\text{チ}}2$

$1\leqq a\leqq 2$ のとき，R は C_1 と x 軸の間にあるから，共通部分は右の図のようになる。



図より，a が増加するとき，共通部分は小さくなるから，T は減少する。(${}^{\text{ツ}}$⓪)

$0 \leqq a \leqq 1$ のとき，D のうち R の外側にある部分の面積 U は，右の図より



$$U=\int_1^{a+1}\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}-1\right)dx=\int_1^{a+1}\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}\right)dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{6}-\frac{x}{2}\right]_1^{a+1}=\frac{a^3}{{}^{\text{テ}}6}+\frac{a^2}{{}^{\text{ト}}2}$$

したがって，$0 \leqq a \leqq 1$ において

$$T=S-U=\frac{a^2}{4}+\frac{a}{4}+\frac{7}{12}-\left(\frac{a^3}{6}+\frac{a^2}{2}\right)$$

$$=-\frac{a^3}{{}^{\text{ナ}}6}-\frac{a^2}{{}^{\text{ニ}}4}+\frac{a}{{}^{\text{ヌ}}4}+\frac{7}{12}$$

ゆえに　$T'=-\dfrac{a^2}{2}-\dfrac{a}{2}+\dfrac{1}{4}$

$T'=0$ とすると　$a=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$

よって，$0 \leqq a \leqq 1$ における T の増減表は右のようになる。

a	0	$\cdots$	$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$	1
T'		$+$	0	$-$	
T		↗	極大	↘	

したがって，T は $a=\dfrac{{}^{\text{ネノ}}-1+\sqrt{{}^{\text{ハ}}3}}{{}^{\text{ヒ}}2}$ で最大値をとる。

4

解答

(ア)/(イ)　$\frac{5}{6}$　(ウエ)　22　(オ)/(カ)　$\frac{1}{2}$　(キ)/(ク)　$\frac{3}{2}$　(ケ)　2　(コ)/(サ)　$\frac{1}{2}$

(シ)/(ス)　$\frac{1}{2}$　(セソ)/(タチ)　$\frac{13}{15}$　(ツ)/(テ)　$\frac{1}{2}$　(ト)/(ナ)　$\frac{1}{2}$　(ニ)/(ヌ)　$\frac{1}{4}$

(ネ)/(ノ)　$\frac{1}{4}$　(ハヒフ)/(ヘホ)　$\frac{507}{10}$

解説

(1)　k を 2 以上の自然数とすると，この数列には分母が k である分数は $k-1$ 個含まれる。

$$1+2+3+4+5=15$$

であるから，a_{15} は分母が $5+1=6$ である分数のうち分子が最大のものである。

よって　$a_{15}=\dfrac{{}^{\text{ア}}5}{{}^{\text{イ}}6}$

分母が 7 以下の項は

$$\sum_{l=2}^{7}(l-1)=\sum_{l=1}^{6}l=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot(6+1)=21\ (\text{個})$$

であるから，分母に初めて 8 が現れる項は　$a_{{}^{\text{ウエ}}22}$

(2)　(1)と同様に考えると，k が 3 以上のとき，分母が $k-1$ 以下の項の個数は

$\displaystyle\sum_{l=2}^{k-1}(l-1)$ であるから

$$M_k=\sum_{l=2}^{k-1}(l-1)+1=\sum_{l=1}^{k-2}l+1=\frac{1}{2}(k-2)\{(k-2)+1\}+1$$

$$=\frac{{}^{\text{オ}}1}{{}^{\text{カ}}2}k^2-\frac{{}^{\text{キ}}3}{{}^{\text{ク}}2}k+{}^{\text{ケ}}2$$

$$N_k=M_k+\{(k-1)-1\}=\frac{{}^{\text{コ}}1}{{}^{\text{サ}}2}k^2-\frac{{}^{\text{シ}}1}{{}^{\text{ス}}2}k$$

これらは $k=2$ のときも成り立つ。

ここで，$N_{14}=\dfrac{1}{2}\cdot 14\cdot(14-1)=91$，$N_{15}=\dfrac{1}{2}\cdot 15\cdot(15-1)=105$ であるから　$a_{105}=\dfrac{14}{15}$

よって　$a_{104}=\dfrac{{}^{\text{セソ}}13}{{}^{\text{タチ}}15}$

(3)　数列 $\{a_n\}$ の第 M_k 項から第 N_k 項はすべて分母が k の分数であるから，その和は

$$\sum_{l=1}^{k-1}\frac{l}{k}=\frac{1}{k}\sum_{l=1}^{k-1}l=\frac{1}{k}\cdot\frac{1}{2}(k-1)\{(k-1)+1\}=\frac{{}^{\text{ツ}}1}{{}^{\text{テ}}2}k-\frac{{}^{\text{ト}}1}{{}^{\text{ナ}}2}$$

であるから，この数列の初項から第 N_k 項までの和 S_k は

$$S_k=\sum_{l=2}^{k}\left(\frac{1}{2}l-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\sum_{l=2}^{k}(l-1)=\frac{1}{2}\sum_{l=1}^{k-1}l$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}(k-1)\{(k-1)+1\}=\frac{{}^{\text{ニ}}1}{{}^{\text{ヌ}}4}k^2-\frac{{}^{\text{ネ}}1}{{}^{\text{ノ}}4}k$$

ゆえに

$$\sum_{n=1}^{103}a_n=\sum_{n=1}^{105}a_n-(a_{104}+a_{105})=S_{15}-\left(\frac{13}{15}+\frac{14}{15}\right)$$

$$=\frac{1}{4}\cdot 15\cdot(15-1)-\frac{27}{15}=\frac{105}{2}-\frac{27}{15}=\frac{{}^{\text{ハヒフ}}507}{{}^{\text{ヘホ}}10}$$

$\boxed{5}$

解答 (ア) 3　(イ) 2　(ウ) 3　(エ) 1　(オ) 2　(カ) 1　(キ) 2

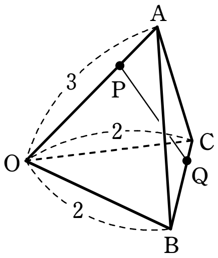
$\dfrac{(\text{ク})}{(\text{ケ})}$ $\dfrac{1}{3}$　$\dfrac{(\text{コ})}{(\text{サ})}$ $\dfrac{1}{2}$　$\sqrt{(\text{シ})}$ $\sqrt{2}$　(ス) 0　(セソ) 90

$\sqrt{(\text{タ})}$ $\sqrt{2}$　$\dfrac{(\text{チ})}{(\text{ツ})}$ $\dfrac{1}{3}$　$\dfrac{(\text{テ})}{(\text{ト})}$ $\dfrac{2}{3}$　(ナ) 2　$\dfrac{\sqrt{(\text{ナ})}}{(\text{ヌ})}$ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

解説

(1) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=3$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|=2$，

$\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{COA}=60^\circ$ であるから



$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=|\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{OB}}|\cos\angle\mathrm{AOB}=3\cdot2\cdot\frac{1}{2}=3$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=|\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{OC}}|\cos\angle\mathrm{COA}=3\cdot2\cdot\frac{1}{2}=3$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=|\overrightarrow{\mathrm{OB}}||\overrightarrow{\mathrm{OC}}|\cos\angle\mathrm{BOC}=2\cdot2\cdot\frac{1}{2}=2$$

ゆえに　$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}={}^{\text{ア}}3$，$\vec{b}\cdot\vec{c}={}^{\text{イ}}2$

よって　$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2=|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2=|-s\vec{a}+(1-t)\vec{b}+t\vec{c}|^2$

$$=s^2|\vec{a}|^2+(1-t)^2|\vec{b}|^2+t^2|\vec{c}|^2-2s(1-t)\vec{a}\cdot\vec{b}+2t(1-t)\vec{b}\cdot\vec{c}-2st\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=9s^2+4(1-t)^2+4t^2-6s(1-t)+4t(1-t)-6st$$

$$=9s^2-6s+4t^2-4t+4$$

$$=({}^{\text{ウ}}3s-{}^{\text{エ}}1)^2+({}^{\text{オ}}2t-{}^{\text{カ}}1)^2+{}^{\text{キ}}2$$

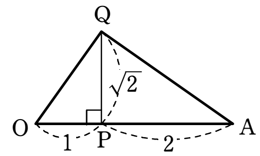
ゆえに，$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$ が最小となるのは $s=\dfrac{{}^{\text{ク}}1}{{}^{\text{ケ}}3}$，$t=\dfrac{{}^{\text{コ}}1}{{}^{\text{サ}}2}$ のときで，このとき　$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|=\sqrt{{}^{\text{シ}}2}$

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|=\sqrt{2}$ のとき，(1)より　$s=\dfrac{1}{3}$，$t=\dfrac{1}{2}$ であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\vec{a}\cdot\left(-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)=-\frac{1}{3}|\vec{a}|^2+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=-\frac{1}{3}\cdot9+\frac{1}{2}\cdot3+\frac{1}{2}\cdot3={}^{\text{ス}}0$$

よって，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ であるから　$\angle\mathrm{APQ}={}^{\text{セソ}}90^\circ$

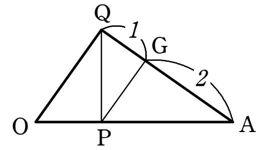


$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=3$ で $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ であるから

$$\mathrm{AP}=3\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=2$$

したがって　$\triangle\mathrm{APQ}=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot\sqrt{2}=\sqrt{{}^{\text{タ}}2}$

点 G は △ABC の重心であるから



$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)$$

$$=\frac{{}^{\text{チ}}1}{{}^{\text{ツ}}3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{{}^{\text{テ}}2}{{}^{\text{ト}}3}\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$

ゆえに，点 G は線分 AQ を ${}^{\text{ナ}}2:1$ に内分する点である。

よって　$\triangle\mathrm{GPQ}=\dfrac{1}{3}\triangle\mathrm{APQ}=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{{}^{\text{ニ}}2}}{{}^{\text{ヌ}}3}$

$\boxed{6}$

解答 (ア) 2　(イ) 2　(ウ) 6　$\dfrac{(\text{エ})}{(\text{オ})}$ $\dfrac{4}{9}$　(カ) 4　(キ) 1　(ク) −

(ケ) 4　(コ) ⓪　(サ) ①　(シ) ⑨　(ス) ⑧　(セソタ) 300

(チツ) 15　(テ).(トナ) 2.00　0.(ニヌネ) 0.023　0.(ノハヒ) 0.380

0.(フヘホ) 0.420

解説

(1) $p=\dfrac{1}{3}$，$n=2$ のとき，点 A の移動は次の 3 通り。

(i) 負の向きに 2 回移動する

このとき，$X=-1-1={}^{\text{ア}}-2$ で　$P(X=-2)=\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{{}^{\text{エ}}4}{{}^{\text{オ}}9}$

(ii) 正の向きと負の向きに 1 回ずつ移動する

このとき，$X=3-1={}^{\text{イ}}2$ で　$P(X=2)={}_2\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{3}\right)^1\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^1=\dfrac{{}^{\text{カ}}4}{9}$

(iii) 正の向きに 2 回移動する

このとき，$X=3+3={}^{ウ}6$ で $P(X=6)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{{}^{キ}1}{9}$

(2) n 回移動して，正の向きに移動した回数が Y であるから

$$X=3Y+(-1)\cdot(n-Y)={}^{ク}-n+{}^{ケ}4Y$$

また，1 回ごとの移動は独立であるから，確率変数 Y は二項分布 $B(n,\ p)$ に従う。

ゆえに，Y の平均と分散は

$$E(Y)=np \quad ({}^{コ}⓪)$$

$$V(Y)=np(1-p) \quad ({}^{サ}①)$$

よって，X の平均と分散は

$$E(X)=E(-n+4Y)=4E(Y)-n=4np-n \quad ({}^{シ}⑨)$$

$$V(X)=V(-n+4Y)=4^2V(Y)=16np(1-p) \quad ({}^{ス}⑧)$$

(3) (2) の結果に $p=\dfrac{1}{4}$，$n=1200$ を代入すると，

Y の平均は $1200\cdot\dfrac{1}{4}={}^{セソタ}300$

Y の標準偏差は $\sqrt{1200\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\left(1-\dfrac{1}{4}\right)}=\sqrt{1200\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4}}={}^{チツ}15$

このとき，$X=-1200+4Y$ であるから，$X\geqq120$ に代入すると

$$-1200+4Y\geqq120$$

ゆえに　$Y\geqq330$

よって　$\dfrac{Y-300}{15}\geqq\dfrac{330-300}{15}=2.00$

ゆえに　$P(X\geqq120)=P\left(\dfrac{Y-300}{15}\geqq{}^{テ}2.{}^{トナ}00\right)$

ここで，$n=1200$ は十分に大きいので，確率変数 $\dfrac{Y-300}{15}$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって，標準正規分布に従う確率変数を Z とすると，求める確率の近似値は正規分布表から

$$P\left(\frac{Y-300}{15}\geqq2.00\right)=P(Z\geqq2.00)=0.5-0.4772=0.0228$$

したがって　$0.{}^{ニヌネ}023$

(4) 2400 回移動した後の点 A の座標が $X=1440$ であるから，(2) より

$$1440=-2400+4y$$

ゆえに　$y=960$

したがって，標本比率 r は　$r=\dfrac{960}{2400}=0.4$

ゆえに，求める信頼区間は

$$0.4-1.96\sqrt{\frac{0.4\cdot(1-0.4)}{2400}}\leqq p\leqq0.4+1.96\sqrt{\frac{0.4\cdot(1-0.4)}{2400}}$$

ここで　$1.96\sqrt{\dfrac{0.4\cdot(1-0.4)}{2400}}=1.96\cdot0.01=0.0196$

であるから

$$0.4-0.0196\leqq p\leqq0.4+0.0196$$

$$0.3804\leqq p\leqq0.4196$$

ゆえに　$0.{}^{ノハヒ}380\leqq p\leqq0.{}^{フヘホ}420$

参考　n が十分に大きいならば，確率変数 R は近似的に正規分布 $N\left(p,\ \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$ に従うことから

$$W=\frac{R-p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}$$

は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表から

$$P(|W|\leqq1.96)=2P(0\leqq W\leqq1.96)=2\cdot0.4750=0.95$$

ゆえに，p に対する信頼度 95% の信頼区間は

$$r-1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\leqq p\leqq r+1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$n=2400$ が十分に大きいので大数の法則から，求める信頼区間は

$$r-1.96\sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}\leqq p\leqq r+1.96\sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}$$