【定期試験対策講習】

２学期
期末考査
対策教材②

中１海星数学

【注意事項】

本教材は

数学Ｙ「三角形の合同・二等辺三角形・直角三角形」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

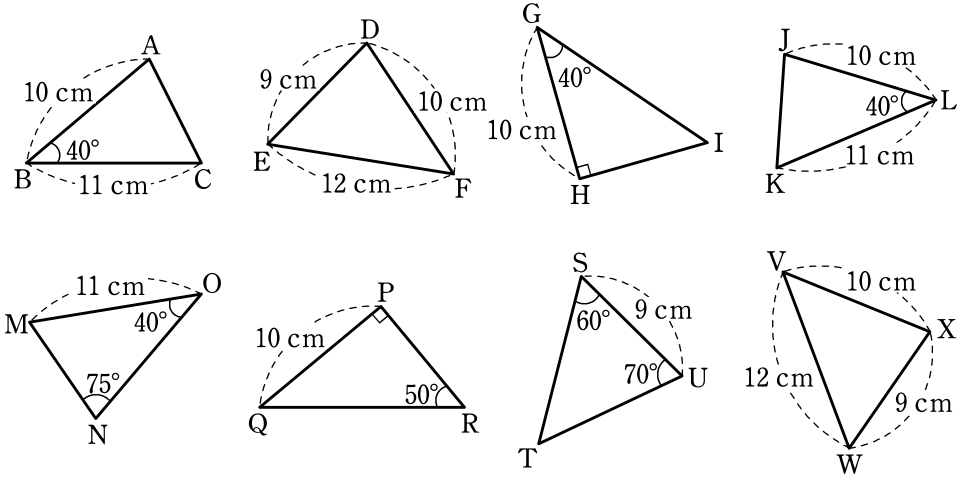
間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

次の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号 ≡ を用いて表しなさい。また，そのときに使った合同条件をいいなさい。

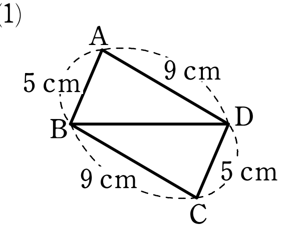


$\boxed{2}$

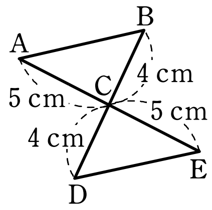
次の図において，合同な 2 つの三角形を記号 ≡ を用いて表しなさい。

また，そのときに使った合同条件をいいなさい。ただし，(3) では，$\ell \parallel m$ である。

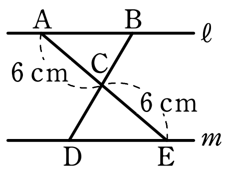
(1)



(2)



(3)



$\boxed{3}$

次の事柄の逆をいいなさい。また，逆が正しいかどうか調べなさい。

(1) △ABC が正三角形ならば ∠A＝∠B＝∠C である。

(2) △ABC と △DEF において，△ABC≡△DEF ならば AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D である。

(3) 自然数 a，b で，a も b も奇数ならば $a+b$ は偶数である。

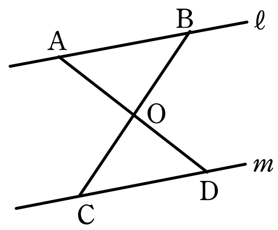
$\boxed{4}$

右の図のように，2 直線 ℓ，m があり，ℓ 上に 2 点 A，B が，m 上に 2 点 C，D がある。AD と BC の交点を O とおく。

このとき，AB＝CD，$\ell \parallel m$ ならば AO＝DO である。

(1) 仮定と結論をそれぞれいいなさい。

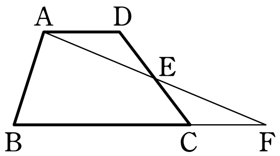
(2) AO＝DO であることを証明しなさい。



$\boxed{5}$

右の図の四角形 ABCD において，辺 CD の中点を E とし，直線 AE と辺 BC の延長との交点を F とする。

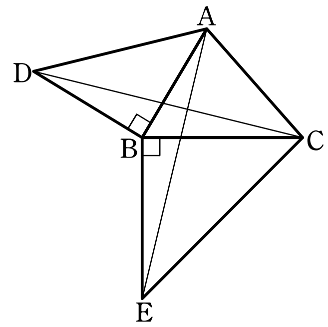
このとき，AE＝FE ならば，四角形 ABCD は AD∥BC の台形であることを証明しなさい。



$\boxed{6}$

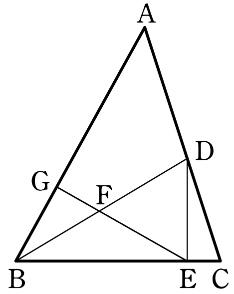
右の図のように，△ABC の辺 AB，BC をそれぞれ 1 辺とする直角二等辺三角形 ABD，BCE を，△ABC の外側につくる。

このとき，AE＝DC であることを証明しなさい。



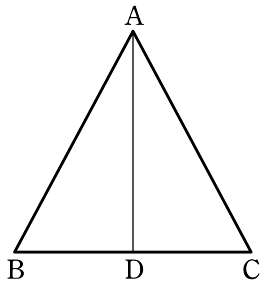
7

右の図のような，3 つの角が鋭角の △ABC がある。
∠ABC の二等分線と辺 AC との交点を D とし，D から辺 BC に引いた垂線の足を E とする。E から辺 AB に垂線を引き，BD，AB との交点をそれぞれ F，G とする。
このとき，ED＝EF であることを証明しなさい。



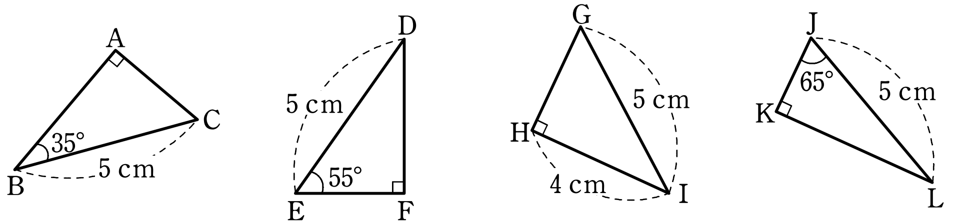
8

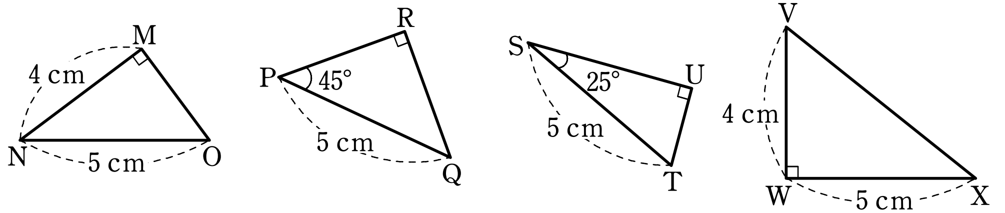
AB＝AC である二等辺三角形 ABC において，頂角の二等分線と BC との交点を D とする。
このとき，BD＝CD，AD⊥BC であることを証明しなさい。



9

次の図において，合同な直角三角形を見つけ出し，記号 ≡ を用いて表しなさい。また，そのときに使った合同条件をいいなさい。

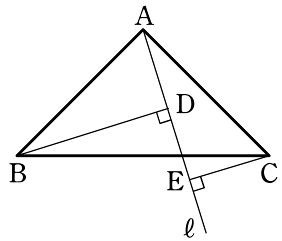




10

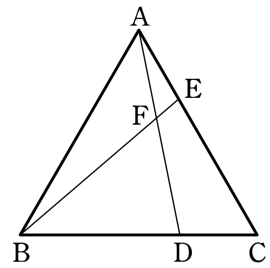
右の図の △ABC は，∠A＝90° の直角二等辺三角形である。頂点 A を通り，辺 BC に交わる直線 ℓ に，頂点 B，C から垂線を引き，ℓ との交点をそれぞれ D，E とする。
このとき，次のことを証明しなさい。

(1)　△ABD≡△CAE　　　(2)　BD－CE＝DE



11

正三角形 ABC において，辺 BC，AC 上に BD＝CE となるように点 D，E をとり，BE と AD の交点を F とする。
このとき，∠FDB＋∠FBD＝120°であることを証明しなさい。



【解答＆解説】

$\boxed{1}$

解答　△ABC≡△JLK，合同条件：2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
△DEF≡△XWV，合同条件：3 組の辺がそれぞれ等しい
△GHI≡△QPR，合同条件：1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

$\boxed{2}$

解答　(1)　△ABD≡△CDB，合同条件：3 組の辺がそれぞれ等しい
(2)　△ABC≡△EDC，合同条件：2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
(3)　△ABC≡△EDC，合同条件：1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

$\boxed{3}$

解答　(1)　逆は　△ABC において，∠A＝∠B＝∠C ならば △ABC は正三角形である
逆は正しい
(2)　逆は　△ABC と △DEF において，AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D ならば △ABC≡△DEF である
逆は正しくない
(3)　逆は　自然数 a，b で，$a+b$ が偶数ならば a も b も奇数である
逆は正しくない

$\boxed{4}$

解答　(1)　仮定　AB＝CD，$\ell \parallel m$　　結論　AO＝DO　　(2)　略

$\boxed{5}$

解答　略

$\boxed{6}$

解答　略

$\boxed{7}$

解答　略

$\boxed{8}$

解答　略

$\boxed{9}$

解答　△ABC≡△FDE
合同条件　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい
△GHI≡△OMN
合同条件　直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい
△JKL≡△TUS
合同条件　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

$\boxed{10}$

解答　(1)　略　　(2)　略

$\boxed{11}$

解答　略

$\boxed{1}$

解説

△ABC と △JLK において
AB＝JL
BC＝LK
∠B＝∠L
よって，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△JLK
△DEF と △XWV において
DE＝XW
EF＝WV
FD＝VX
よって，3 組の辺がそれぞれ等しいから
△DEF≡△XWV
△GHI と △QPR において
GH＝QP
∠H＝∠P
∠G＝∠Q
よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△GHI≡△QPR

2

解説

(1) △ABD と △CDB において

AB＝CD

AD＝CB

BD＝DB (共通)

よって，3 組の辺がそれぞれ等しいから　△ABD≡△CDB

(2) △ABC と △EDC において

AC＝EC

BC＝DC

対頂角は等しいから　∠ACB＝∠ECD

よって，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△EDC

(3) △ABC と △EDC において　AC＝EC

対頂角は等しいから　∠ACB＝∠ECD

また，平行線の錯角は等しいから　∠CAB＝∠CED

よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△EDC

3

解説

(1) 逆は

△ABC において，

∠A＝∠B＝∠C　ならば　△ABC は正三角形である。

∠A＝∠B であるから

CA＝CB　…… ①

∠B＝∠C であるから

AB＝AC　…… ②

①，② から　AB＝BC＝CA

よって，3 辺が等しいから，△ABC は正三角形である。

したがって，逆は正しい。

(2) 逆は

△ABC と △DEF において，

AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D　ならば　△ABC≡△DEF である。

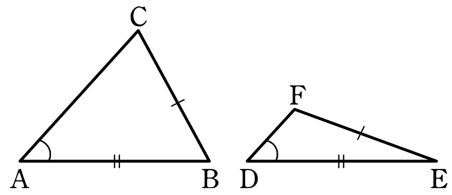
右の図の △ABC と △DEF は，

AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D

であるが，これら以外の辺や角は

等しくない。

よって，逆は正しくない。



(3) 逆は

自然数 a，b で，$a+b$ が偶数　ならば　a も b も奇数である。

$a=2$，$b=4$ とすると，$a+b$ は偶数であるが，a，b は奇数でない。

よって，逆は正しくない。

4

解説

(1) 仮定　AB＝CD，$\ell \mathbin{/\!/} m$

結論　AO＝DO

(2) △OAB と △ODC において

仮定から　AB＝DC　…… ①

平行線の錯角は等しいから

∠OAB＝∠ODC　…… ②

∠OBA＝∠OCD　…… ③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△OAB≡△ODC

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　AO＝DO

5

解説

[仮定]　DE＝CE，AE＝FE

[結論]　四角形 ABCD は AD∥BC の台形

[証明]　△AED と △FEC において

仮定から　DE＝CE　…… ①

$AE=FE$ …… ②

対頂角は等しいから

$\angle AED=\angle FEC$ …… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AED \equiv \triangle FEC$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

$\angle EDA=\angle ECF$

したがって，AD，BC は錯角が等しいから

$AD /\!/ BC$

よって，四角形 ABCD は $AD /\!/ BC$ の台形である。

6

解説

[仮定] $\triangle ABD$ は $AB=DB$ の直角二等辺三角形，

$\triangle BCE$ は $BC=BE$ の直角二等辺三角形

[結論] $AE=DC$

[証明] $\triangle ABE$ と $\triangle DBC$ において

仮定から $AB=DB$ …… ①

$BE=BC$ …… ②

$\angle CBE=\angle ABD=90°$

$\angle CBE=\angle ABD$ の両辺に $\angle ABC$ を加えると

$\angle CBE+\angle ABC=\angle ABD+\angle ABC$

すなわち $\angle ABE=\angle DBC$ …… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \equiv \triangle DBC$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから $AE=DC$

7

解説

$\triangle FGB$ と $\triangle DEB$ において

線分 BD は $\angle ABC$ の二等分線であるから

$\angle FBG=\angle DBE$

また $\angle FGB=\angle DEB=90°$

したがって，$\triangle FGB$ と $\triangle DEB$ の残りの角も等しいから

$\angle BFG=\angle EDF$

対頂角は等しいから

$\angle EFD=\angle BFG$

よって $\angle EFD=\angle EDF$

したがって，2 つの角が等しいから，$\triangle EDF$ は二等辺三角形である。

したがって $ED=EF$

8

解説

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において

$AB=AC$ …… ①

$AD=AD$ …… ②

AD は $\angle BAC$ の二等分線であるから

$\angle BAD=\angle CAD$ …… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$

よって $BD=CD$

また $\angle ADB=\angle ADC=90°$

したがって $AD \perp BC$

9

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle FDE$ において

$\angle A=\angle F=90°$

$BC=DE$

$\angle B=\angle D=35°$

よって，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle FDE$

$\triangle GHI$ と $\triangle OMN$ において

$\angle H=\angle M=90°$

$GI = ON$

$HI = MN$

よって，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから

$\triangle GHI \equiv \triangle OMN$

$\triangle JKL$ と $\triangle TUS$ において

$\angle K = \angle U = 90^\circ$

$JL = TS$

$\angle J = \angle T = 65^\circ$

よって，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle JKL \equiv \triangle TUS$

10

解説

(1)　$\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ において

$\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$　…… ①

$\triangle ABC$ は，$\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから

$AB = CA$　…… ②

$\triangle ABD$ において

$\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + \angle DAB)$

$= 90^\circ - \angle DAB$

$\angle A = 90^\circ$ であるから

$\angle CAE = 90^\circ - \angle DAB$

よって　$\angle ABD = \angle CAE$　…… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$

(2)　(1) より $BD = AE$，$CE = AD$ であるから

$BD - CE = AE - AD$

$= DE$

11

解説

$\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ において

仮定から　$BD = CE$　…… ①

$\triangle ABC$ は正三角形であるから

$AB = BC$　…… ②

$\angle ABD = \angle BCE\ (= 60^\circ)$　…… ③

①，②，③ より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$

よって，$\angle ADB = \angle BEC$ であるから

$\angle FDB + \angle FBD = \angle BEC + \angle FBD$

$= 180^\circ - \angle BCE$

$= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$