1

解答　(ア)　2　　(イ)　5　　(ウ)　2　$\dfrac{-(\text{エ})\pm\sqrt{(\text{オカ})}}{(\text{キ})}$　$\dfrac{-5\pm\sqrt{65}}{4}$

$\dfrac{(\text{ク})+\sqrt{(\text{ケコ})}}{(\text{サ})}$　$\dfrac{5+\sqrt{65}}{2}$　(シ)　6　(ス)　3

解説

$2x^2+(4c-3)x+2c^2-c-11=0$　……①

(1)　$c=1$ のとき，① の左辺は

$$2x^2+(4\cdot1-3)x+2\cdot1^2-2-11=2x^2+x-10=({}^{ア}2x+{}^{イ}5)(x-{}^{ウ}2)$$

よって，① の解は　　$x=-\dfrac{5}{2},\ 2$

(2)　$c=2$ のとき，① は　　$2x^2+(4\cdot2-3)x+2\cdot2^2-1-11=0$

すなわち　　$2x^2+5x-5=0$

よって，① の解は　　$x=\dfrac{-{}^{エ}5\pm\sqrt{{}^{オカ}65}}{{}^{キ}4}$

大きい方の解を α とすると　　$\alpha=\dfrac{-5+\sqrt{65}}{4}$

よって　　$\dfrac{5}{\alpha}=5\cdot\dfrac{4}{-5+\sqrt{65}}=\dfrac{20(5+\sqrt{65})}{(-5+\sqrt{65})(5+\sqrt{65})}=\dfrac{{}^{ク}5+\sqrt{{}^{ケコ}65}}{{}^{サ}2}$

$8<\sqrt{65}<9$ であるから　　$\dfrac{5+8}{2}<\dfrac{5+\sqrt{65}}{2}<\dfrac{5+9}{2}$

すなわち　　$\dfrac{13}{2}<\dfrac{5}{\alpha}<7$　　　したがって　　$6<\dfrac{5}{\alpha}<7$

よって，$m<\dfrac{5}{\alpha}<m+1$ を満たす整数 m は　　${}^{シ}6$

(3)　① の解は　　$x=\dfrac{-(4c-3)\pm\sqrt{(4c-3)^2-4\cdot2\cdot(2c^2-c-11)}}{2\cdot2}$

$$=\dfrac{-(4c-3)\pm\sqrt{-16c+97}}{4}$$

① の解が異なる 2 つの有理数であるとき，根号の中は，n を正の整数とすると

$$-16c+97=n^2$$

と表すことができる。

$c=1$ のとき　　(1) より ① の解は異なる 2 つの有理数になる。
$c=2$ のとき　　(2) より ① の解は異なる 2 つの無理数になる。
$c=3$ のとき　　$-16\cdot3+97=49=7^2$ より ① の解は異なる 2 つの有理数になる。
$c=4$ のとき　　$-16\cdot4+97=33$ より ① の解は異なる 2 つの無理数になる。
$c=5$ のとき　　$-16\cdot5+97=17$ より ① の解は異なる 2 つの無理数になる。
$c=6$ のとき　　$-16\cdot6+97=1=1^2$ より ① の解は異なる 2 つの有理数になる。
$c\geqq7$ のとき　　$-16c+97<0$ より ① は実数の解をもたない。

よって，① の解が異なる 2 つの有理数であるような正の整数 c の個数は　${}^{ス}3$ 個

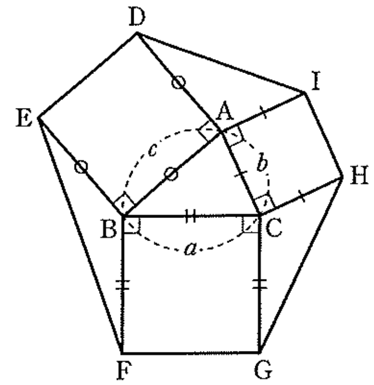
2

解答　$\dfrac{(\text{ア})}{(\text{イ})}$　$\dfrac{4}{5}$　(ウエ)　12　(オカ)　12　(キ)　②　(ク)　⓪　(ケ)　①

(コ)　③　(サ)　②　(シ)　②　(ス)　⓪　(セ)　③

解説

(1)　$\sin^2A=1-\cos^2A=1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2=\dfrac{16}{25}$



$\sin A>0$ より　　$\sin A=\dfrac{{}^{ア}4}{{}^{イ}5}$

よって

$$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot5\cdot\dfrac{4}{5}={}^{ウエ}12$$

また，$\angle\mathrm{IAD}=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+A)$
$\qquad\qquad=180^\circ-A$　……①

であるから

$$\sin\angle\mathrm{IAD}=\sin A=\dfrac{4}{5}$$

$\mathrm{AI}=\mathrm{AC}=b=6$，$\mathrm{AD}=\mathrm{AB}=c=5$ であるから

$$\triangle\mathrm{AID}=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot5\cdot\dfrac{4}{5}={}^{オカ}12$$

(2)　$S_1=a^2$，$S_2=b^2$，$S_3=c^2$ であるから

$$S_1-S_2-S_3=a^2-b^2-c^2$$

△ABC において，

$0^\circ<A<90^\circ$ のとき　　$a^2<b^2+c^2$　　よって　$S_1-S_2-S_3<0$　(^{キ}②)
$A=90^\circ$ のとき　　$a^2=b^2+c^2$　　よって　$S_1-S_2-S_3=0$　(^{ク}⓪)
$90^\circ<A<180^\circ$ のとき　　$a^2>b^2+c^2$　　よって　$S_1-S_2-S_3>0$　(^{ケ}①)

(3)　△ABC の面積を T とおくと　　$T=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}ab\sin C$

(1) と同様に考えて

$$T_1=\dfrac{1}{2}\mathrm{AI}\cdot\mathrm{AD}\sin\angle\mathrm{IAD}=\dfrac{1}{2}bc\sin A$$

よって　　$T_1=T$

T_2 についても T_1 と同様に考えて

$$T_2=\dfrac{1}{2}\mathrm{BE}\cdot\mathrm{BF}\sin\angle\mathrm{EBF}=\dfrac{1}{2}ca\sin B$$

よって　　$T_2=T$

T_3 についても同様にして $T_3=T$ が示せる。

以上により，

a，b，c の値に関係なく，$T_1=T_2=T_3\ (=T)$　(^{コ}③)

(4)　△ABC と △AID において，AC=AI=b，AB=AD=c であるから，ID と BC の

大小関係は，$\angle$IAD と A の大小関係と一致する。

$0°<A<90°$ のとき，$\angle \mathrm{IAD}=180°-A$ より　　$90°<\angle \mathrm{IAD}<180°$

よって　　$\angle \mathrm{IAD}>A$

したがって　ID$>$BC　(サ ②)

$\triangle$ABC，$\triangle$AID，$\triangle$BEF，$\triangle$CGH の外接円の半径を，それぞれ R，R_1，R_2，R_3 とおく。

このとき，それぞれの三角形において，正弦定理により

$$2R=\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C},\quad 2R_1=\frac{\mathrm{ID}}{\sin\angle \mathrm{IAD}}=\frac{\mathrm{ID}}{\sin A},$$

$$2R_2=\frac{\mathrm{EF}}{\sin\angle \mathrm{EBF}}=\frac{\mathrm{EF}}{\sin B},\quad 2R_3=\frac{\mathrm{GH}}{\sin\angle \mathrm{GCH}}=\frac{\mathrm{GH}}{\sin C}$$

ID$>a$ であるから　　$\dfrac{\mathrm{ID}}{\sin A}>\dfrac{a}{\sin A}$　すなわち　$2R_1>2R$

よって　　$R_1>R$　(シ ②)

同様に考えて，$0°<B<90°$，$0°<C<90°$ のとき　　EF$>b$，GH$>c$

よって　　$R_2>R$，$R_3>R$

以上により，

　$0°<A<B<C<90°$ のとき，外接円の半径が最も小さい三角形は　$\triangle$ABC (ス ⓪)

$90°<C$ のとき，$\angle \mathrm{GCH}=180°-C$ より　　$0°<\angle \mathrm{GCH}<90°$

よって　　GH$<c$

したがって　$R_3<R$

$0°<A<B<90°$ のとき，$R_1>R$，$R_2>R$ であるから，

　$0°<A<B<90°<C$ のとき，外接円の半径が最も小さい三角形は　$\triangle$CGH (セ ③)

3

解答　(ア)　②　(イウ)　-2　(エオ)　44　(カ).(キク)　2.00

(ケ).(コサ)　2.20　(シ).(スセ)　4.40　(ソ)　③

解説

(1)　平均速度すなわち 1 秒あたりの進む距離は

(1 秒あたりの歩数)$\times$(1 歩あたりの進む距離)$=z\times x=xz$　(ア ②)

よって　　タイム$=\dfrac{100}{xz}$　……①

参考　$x=\dfrac{100\ (\mathrm{m})}{100\ \mathrm{m}\ を走るのにかかった歩数\ (歩)}$，

$z=\dfrac{100\ \mathrm{m}\ を走るのにかかった歩数\ (歩)}{タイム\ (秒)}$

であるから

平均速度

$=\dfrac{100\ (\mathrm{m})}{タイム\ (秒)}$

$=\dfrac{100\ (\mathrm{m})}{100\ \mathrm{m}\ を走るのにかかった歩数\ (歩)}\cdot\dfrac{100\ \mathrm{m}\ を走るのにかかった歩数\ (歩)}{タイム\ (秒)}$

$=xz$ (m/秒)　(ア ②)

(2)　ストライドが 0.05 大きくなるとピッチが 0.1 小さくなるから，k を実数として

$z=\dfrac{-0.1}{0.05}x+k$ すなわち　$z=-2x+k$ と表される。

$x=2.10$，$z=4.60$ を代入すると　　$4.60=-2\cdot 2.10+k$

よって　　$k=8.8=\dfrac{44}{5}$

したがって　　$z={}^{イウ}-2x+\dfrac{{}^{エオ}44}{5}$　……②

$z\leqq 4.80$ であるから　　$-2x+\dfrac{44}{5}\leqq 4.80$

これを解くと　　$x\geqq 2$

$x\leqq 2.40$ であるから，x の値の範囲は　　${}^{カ}2.{}^{キク}00\leqq x\leqq 2.40$

$y=xz$ とおくと　　$y=x\left(-2x+\dfrac{44}{5}\right)=-2x^2+\dfrac{44}{5}x=-2\left(x-\dfrac{11}{5}\right)^2+\dfrac{242}{25}$

$2.00\leqq x\leqq 2.40$ のとき，y は $x=\dfrac{11}{5}$ すなわち $x={}^{ケ}2.{}^{コサ}20$ のときに最大値 $\dfrac{242}{25}$ をとる。

このとき　　$z=-2\cdot\dfrac{11}{5}+\dfrac{44}{5}=\dfrac{22}{5}={}^{シ}4.{}^{スセ}40$

また，① よりタイムは　　$100\div\dfrac{242}{25}=\dfrac{1250}{121}=10.330\cdots\fallingdotseq 10.33$　(ソ ③)

$\boxed{4}$

解答 (アイ)　14　(ウエ).(オカ)　10.00　(キク)　32　(ケ)　4　(コサ)　18

(シス)　14　(セ)　⓪　(ソタ).(チ)　15.0　(ツ)　5　(テ)　8　(ト)　④

(ナ)　①

解説

(1)　9人の英語の得点の平均値が16.0点であるから

$$\frac{1}{9}(9+20+18+18+\mathrm{A}+18+14+15+18)=16.0 \qquad \text{よって} \quad \mathrm{A}={}^{\text{アイ}}14\,(\text{点})$$

各生徒の英語の得点の偏差を左から順に並べると

$-7,\ 4,\ 2,\ 2,\ -2,\ 2,\ -2,\ -1,\ 2$

よって，求める分散Bは

$$\frac{1}{9}\{(-7)^2+4^2+2^2+2^2+(-2)^2+2^2+(-2)^2+(-1)^2+2^2\}={}^{\text{ウエ}}10.{}^{\text{オカ}}00$$

9人の数学の得点の平均値が15.0点であるから

$$\frac{1}{9}(15+20+14+17+8+\mathrm{C}+\mathrm{D}+14+15)=15.0$$

よって　$\mathrm{C}+\mathrm{D}={}^{\text{キク}}32$　……①

各生徒の数学の得点の偏差を左から順に並べると

$0,\ 5,\ -1,\ 2,\ -7,\ \mathrm{C}-15,\ \mathrm{D}-15,\ -1,\ 0$

9人の英語と数学の得点の共分散は

$$\frac{1}{9}\{(-7)\times0+4\times5+2\times(-1)+2\times2+(-2)\times(-7)$$
$$+2\times(\mathrm{C}-15)+(-2)\times(\mathrm{D}-15)+(-1)\times(-1)+2\times0\}$$
$$=\frac{1}{9}(2\mathrm{C}-2\mathrm{D}+37)$$

英語と数学の得点の相関係数の値が0.500であるから

$$\frac{\frac{1}{9}(2\mathrm{C}-2\mathrm{D}+37)}{\sqrt{10.00}\sqrt{10.00}}=0.500 \qquad \text{よって} \quad \mathrm{C}-\mathrm{D}={}^{\text{ケ}}4 \quad \cdots\cdots②$$

①，②から　$\mathrm{C}={}^{\text{コサ}}18\,(\text{点})$，$\mathrm{D}={}^{\text{シス}}14\,(\text{点})$

(2)　① は生徒5，7の点がなく，② は生徒5，6の点がなく，③ は生徒6，7の点がない。

よって，相関図として適切なものは　${}^{\text{セ}}$⓪

(3)　10人の英語の得点の平均値Eは　$\dfrac{1}{10}(16.0\times9+6)={}^{\text{ソタ}}15.{}^{\text{チ}}0\,(\text{点})$

10人の数学の得点の平均値が14.0点であるから

$$\frac{1}{10}(15.0\times9+\mathrm{F})=14.0 \qquad \text{よって} \quad \mathrm{F}={}^{\text{ツ}}5\,(\text{点})$$

(4)　残った9人の生徒について，英語と数学の得点の平均値がそれぞれ10人の平均値と同じであるから，転出した生徒の得点は平均値と同じで，英語15点，数学14点である。

よって，転出したのは生徒 ${}^{\text{テ}}8$ である。

生徒8の英語の得点を x_8 点，数学の得点を y_8 点とすると　$x_8-15.0=0$，$y_8-14.0=0$

英語の得点について，10人の得点の平均値と残った9人の得点の平均値が同じである

から　$v'=\dfrac{1}{9}\{10v-(x_8-15.0)^2\}=\dfrac{10}{9}v$　　すなわち　$\dfrac{v'}{v}=\dfrac{10}{9}$　（${}^{\text{ト}}$④）

同様に，数学の得点について，10人の得点の分散の値を u，残った9人の得点の分散の値を u' とすると　$u'=\dfrac{10}{9}u$

さらに，10人の得点の共分散を w，残った9人の得点の共分散を w' とすると

$$w'=\frac{1}{9}\{10w-(x_8-15.0)(y_8-14.0)\}=\frac{10}{9}w$$

よって　$r'=\dfrac{w'}{\sqrt{v'}\sqrt{u'}}=\dfrac{\frac{10}{9}w}{\sqrt{\frac{10}{9}v}\sqrt{\frac{10}{9}u}}=\dfrac{w}{\sqrt{v}\sqrt{u}}=r$

すなわち　$\dfrac{r'}{r}=1$　（${}^{\text{ナ}}$①）

5

解答 $\dfrac{(\text{ア})}{(\text{イ})}$ $\dfrac{3}{8}$ 2 $\dfrac{(\text{ウ})}{(\text{エ})}$ $\dfrac{4}{9}$ 2 $\dfrac{(\text{オ})}{(\text{カ})}$ $\dfrac{3}{2}$ 2 (キ) 1 2 $\dfrac{(\text{クケ})}{(\text{コサ})}$ $\dfrac{27}{59}$ 2 (シ) ③ 2

(ス) ② 2 (セ) ③ 2 $\dfrac{(\text{ソタ})}{(\text{チツ})}$ $\dfrac{75}{59}$ 2 (テ) ① 2

解説

(1) 箱Aにおいて，当たりくじを引く確率は $\dfrac{1}{2}$ であるから，はずれくじを引く確率も $\dfrac{1}{2}$ である。

また，箱Bにおいて，当たりくじを引く確率は $\dfrac{1}{3}$ であるから，はずれくじを引く確率は $\dfrac{2}{3}$ である。

よって，箱Aにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\quad {}_3C_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{{}^{\text{ア}}3}{{}^{\text{イ}}8}$

箱Bにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\quad {}_3C_1\left(\dfrac{1}{3}\right)^1\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{{}^{\text{ウ}}4}{{}^{\text{エ}}9}$

次に，箱Aにおいて，3回中ちょうど0回当たる確率は $\quad {}_3C_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^0\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$

箱Aにおいて，3回中ちょうど2回当たる確率は $\quad {}_3C_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^1=\dfrac{3}{8}$

箱Aにおいて，3回中ちょうど3回当たる確率は $\quad {}_3C_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^0=\dfrac{1}{8}$

よって，箱Aにおいて，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は

$$0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{12}{8}=\frac{{}^{\text{オ}}3}{{}^{\text{カ}}2}$$

また，箱Bにおいて，3回中ちょうど0回当たる確率は $\quad {}_3C_0\left(\dfrac{1}{3}\right)^0\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{8}{27}$

箱Bにおいて，3回中ちょうど2回当たる確率は $\quad {}_3C_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^1=\dfrac{6}{27}$

箱Bにおいて，3回中ちょうど3回当たる確率は $\quad {}_3C_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^0=\dfrac{1}{27}$

箱Bにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\dfrac{4}{9}=\dfrac{12}{27}$ であるから，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は

$$0\times\frac{8}{27}+1\times\frac{12}{27}+2\times\frac{6}{27}+3\times\frac{1}{27}=\frac{27}{27}={}^{\text{キ}}1$$

(2) 選ばれた箱がAである事象を A，選ばれた箱がBである事象を B，3回中ちょうど1回当たる事象を W とすると

$$P(A\cap W)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{16},\qquad P(B\cap W)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$$

$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)=\dfrac{3}{16}+\dfrac{2}{9}=\dfrac{59}{144}$ であるから，3回中ちょうど1回当たったとき，選んだ箱がAである条件付き確率は

$$P_W(A)=\frac{P(W\cap A)}{P(W)}=\frac{3}{16}\times\frac{144}{59}=\frac{{}^{\text{クケ}}27}{{}^{\text{コサ}}59}$$

また，選んだ箱がBである条件付き確率は

$$P_W(B)=1-P_W(A)=1-\frac{27}{59}=\frac{32}{59}$$

次に，(X)の場合について考える。

「花子さんが選んだ箱がBで，かつ，花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象」は「太郎さんが選んだ箱がBで，かつ，花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象」であるから，その確率は

$$P_W(B)\times P(B_1)\quad({}^{\text{シ}}③)$$

同様に考えると，(X)の場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算する式は

$$\begin{aligned}
&0\times P_W(A)\times P(A_0)+1\times P_W(A)\times P(A_1)\\
&\qquad+2\times P_W(A)\times P(A_2)+3\times P_W(A)\times P(A_3)\\
&+0\times P_W(B)\times P(B_0)+1\times P_W(B)\times P(B_1)\\
&\qquad+2\times P_W(B)\times P(B_2)+3\times P_W(B)\times P(B_3)\\
&=P_W(A)\times\{0\times P(A_0)+1\times P(A_1)+2\times P(A_2)+3\times P(A_3)\}\\
&\qquad+P_W(B)\times\{0\times P(B_0)+1\times P(B_1)+2\times P(B_2)+3\times P(B_3)\}\\
&=P_W(A)\times\frac{3}{2}+P_W(B)\times 1\quad\left({}^{\text{ス}}②\times\frac{3}{2}+{}^{\text{セ}}③\times 1\right)
\end{aligned}$$

よって，(X)の場合の当たりくじを引く回数の期待値は

$$P_W(A)\times\frac{3}{2}+P_W(B)\times 1=\frac{27}{59}\times\frac{3}{2}+\frac{32}{59}\times 1=\frac{145}{118}$$

(Y)の場合について考える。

「花子さんが選んだ箱がBで，かつ，花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象」は「太郎さんが選んだ箱がAで，かつ，花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象」であるから，その確率は $P_W(A)\times P(B_1)$ である。

同様に考えると，(Y)の場合の当たりくじを引く回数の期待値は

$$\begin{aligned}
&0\times P_W(B)\times P(A_0)+1\times P_W(B)\times P(A_1)\\
&\qquad+2\times P_W(B)\times P(A_2)+3\times P_W(B)\times P(A_3)\\
&+0\times P_W(A)\times P(B_0)+1\times P_W(A)\times P(B_1)\\
&\qquad+2\times P_W(A)\times P(B_2)+3\times P_W(A)\times P(B_3)\\
&=P_W(B)\times\{0\times P(A_0)+1\times P(A_1)+2\times P(A_2)+3\times P(A_3)\}\\
&\qquad+P_W(A)\times\{0\times P(B_0)+1\times P(B_1)+2\times P(B_2)+3\times P(B_3)\}\\
&=P_W(B)\times\frac{3}{2}+P_W(A)\times 1\\
&=\frac{32}{59}\times\frac{3}{2}+\frac{27}{59}\times 1=\frac{{}^{\text{ソタ}}75}{{}^{\text{チツ}}59}
\end{aligned}$$

$\dfrac{75}{59}=\dfrac{150}{118}$ であり，$\dfrac{145}{118}<\dfrac{150}{118}$ であるから，花子さんは太郎さんが選んだ箱と異なる箱を選ぶ方がよい。(${}^{\text{テ}}①$)

6

解答　$\frac{(ア)}{(イ)}$　$\frac{1}{2}$　2　$\frac{(ウ)}{(エ)}$　$\frac{1}{2}$　2　(オ)　⓪　2　(カ)　②　1　(キ)　⓪　1　(ク)　③　1

(ケ)　⓪　1　(コ)　⓪　1　(サ)　⓪　1　(シ)　③　2　(ス)　⓪　3　(セ)　⓪　3

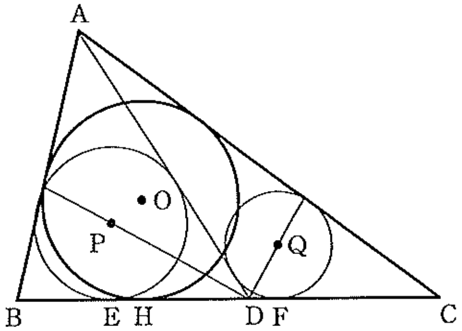
解説

点Pは∠ADBの二等分線上にあるから

$$\angle ADP=\frac{^{ア}1}{_{イ}2}\angle ADB$$

点Qは∠ADCの二等分線上にあるから

$$\angle ADQ=\frac{^{ウ}1}{_{エ}2}\angle ADC$$



よって　$\angle PDQ=\angle ADP+\angle ADQ$

$$=\frac{1}{2}\angle ADB+\frac{1}{2}\angle ADC$$

$$=\frac{1}{2}(\angle ADB+\angle ADC)$$

$$=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$$

したがって，Dが辺BC上のどの位置にあっても，DはPQを直径とする円の円周上にある。　(オ ⓪)

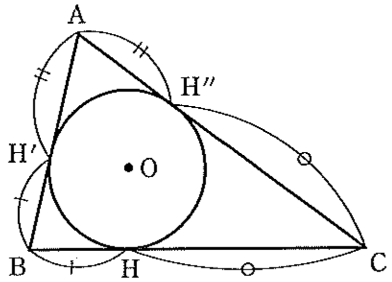
△ABCの内接円Oと辺AB，ACの接点をそれぞれH′，H″とすると

$$BH=BH'=AB-AH'=AB-AH''$$

$$=AB-(AC-CH'')$$

$$=AB-AC+CH$$

$$=AB-AC+(BC-BH)$$



したがって　$2BH=AB+BC-AC$

よって　$BH=\frac{1}{2}(AB+BC-AC)$　……①

(カ ②，キ ⓪)

△ABDと内接円Pについて，同様にして

$BE=\frac{1}{2}(AB+BD-AD)$　……②　(ク ③，ケ ⓪)

△ACDと内接円Qについて，同様にして

$DF=\frac{1}{2}(CD+AD-AC)$　……③　(コ ⓪，サ ⓪)

①～③から　$EH=BH-BE=\frac{1}{2}(AB+BC-AC)-\frac{1}{2}(AB+BD-AD)$

$$=\frac{1}{2}\{(BC-BD)-AC+AD\}=\frac{1}{2}(CD+AD-AC)=DF$$　(シ ③)

PE，JK，QFはすべて辺BCと垂直に交わるから　PE∥JK∥QF

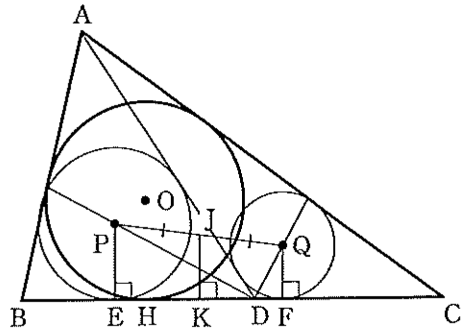
よって　EK：FK＝PJ：QJ＝1：1

すなわち，KはEFの中点である。

EH＝DF，EK＝FKから

$$EK-EH=FK-DF$$

よって　HK＝DK　(ス ⓪)



HK＝DKから，Jは線分HDの垂直二等分線上にある。

すなわち，PQを直径とする円の中心は線分HDの垂直二等分線上にある。

Dは辺BC上のどの位置にあってもこの円周上にあるから，Hもこの円周上にある。

以上から，Dが辺BC上のどの位置にあっても，HはPQを直径とする円の円周上にある。　(セ ⓪)