高2理系数学総合S　確認テスト　冬期第5講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／　10

$\boxed{1}$（10点）

xy 平面上の曲線 $x=t^3$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{t}}e^{t^2}$ $(1\leqq t\leqq 2)$，2 直線 $x=1$，$x=8$ と x 軸で囲まれた部分を，x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

高2理系数学総合S　確認テスト　冬期第5講【解答】

$\boxed{1}$ （10点）

解答　$\dfrac{3}{4}e^2(e^6-1)\pi$

$\boxed{1}$ （10点）

$x=t^3$ から　　$\dfrac{dx}{dt}=3t^2$

よって，$1\leqq t\leqq 2$ における x の値の変化は，
下の表のようになる。

t	1	$\cdots$	2
$\dfrac{dx}{dt}$	／	$+$	／
x	1	↗	8

」3点

また，常に　　$y=\dfrac{1}{\sqrt{t}}e^{t^2}>0$

ゆえに，与えられた曲線は，$y>0$ の範囲にある。
よって，求める体積を V とすると

$$V=\pi\int_1^8 y^2dx=\pi\int_1^2 y^2\cdot\frac{dx}{dt}dt$$

$$=\pi\int_1^2\left(\frac{1}{\sqrt{t}}e^{t^2}\right)^2\cdot 3t^2dt=3\pi\int_1^2 te^{2t^2}dt$$ 」3点

$$=3\pi\cdot\frac{1}{4}\int_1^2 e^{2t^2}\cdot(2t^2)'dt$$

$$=\frac{3}{4}\pi\Big[e^{2t^2}\Big]_1^2=\frac{3}{4}e^2(e^6-1)\pi$$ 」4点