$\boxed{1}$

解答　(ア)$\sqrt{(イ)}$ −(ウ)　$3\sqrt{3}-3$　　(エ)　2　　(オ)$\sqrt{(カ)}$ −(キ)　$3\sqrt{3}-3$

(ク)$\sqrt{(ケ)}$ −(コ)　$9\sqrt{3}-9$　　(サ)　4　　(シ)　4

(スセ)$\sqrt{(ソ)}$ +(タ)　$-4\sqrt{3}+8$　　(チ)$\sqrt{(ツ)}$ −(テ)　$5\sqrt{3}-7$

解説

(1)　$k=\dfrac{6(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{6(\sqrt{3}-1)}{3-1}=3(\sqrt{3}-1)={}^{ア}3\sqrt{{}^{イ}3}-{}^{ウ}3$

$5^2<(3\sqrt{3})^2<6^2$ であるから　　$5<3\sqrt{3}<6$　　　　よって　　$2<3\sqrt{3}-3<3$

すなわち，k の整数部分は　　${}^{エ}2$

(2)　$6\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$ より　　$-6\leqq(\sqrt{3}+1)x-12\leqq6$

$$6\leqq(\sqrt{3}+1)x\leqq18$$

$$\frac{6}{\sqrt{3}+1}\leqq x\leqq\frac{18}{\sqrt{3}+1}$$

ここで，(1) より　　$\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}=3\sqrt{3}-3$，

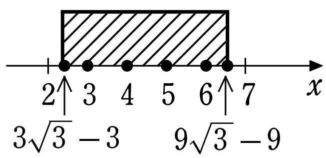
$$\frac{18}{\sqrt{3}+1}=3\cdot\frac{6}{\sqrt{3}+1}=3(3\sqrt{3}-3)=9\sqrt{3}-9$$

したがって，$6\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$ を解くと　　${}^{オ}3\sqrt{{}^{カ}3}-{}^{キ}3\leqq x\leqq{}^{ク}9\sqrt{{}^{ケ}3}-{}^{コ}9$

$15^2<(9\sqrt{3})^2<16^2$ であるから　　$15<9\sqrt{3}<16$

よって　　$6<9\sqrt{3}-9<7$

これと (1) から，不等式 $6\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$ を満たす整数は 3，4，5，6 の　　${}^{サ}4$ 個



(3)　$y=|(\sqrt{3}+1)x-12|$ とする。

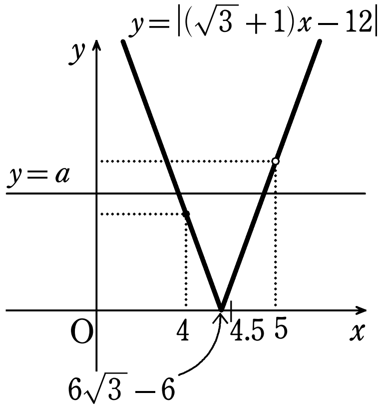
[1]　$(\sqrt{3}+1)x-12\geqq0$ すなわち $x\geqq\dfrac{12}{\sqrt{3}+1}$ のとき

$$y=(\sqrt{3}+1)x-12$$

[2]　$(\sqrt{3}+1)x-12<0$ すなわち $x<\dfrac{12}{\sqrt{3}+1}$ のとき

$$y=-(\sqrt{3}+1)x+12$$

よって，$y=|(\sqrt{3}+1)x-12|$ のグラフは，右の図のようになる。



ここで　　$\dfrac{12}{\sqrt{3}+1}=2\cdot\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}=6\sqrt{3}-6$

$(6\sqrt{3})^2=108$，$10^2=100$，$(10.5)^2=110.25$ であるから

$$10<6\sqrt{3}<10.5$$

よって　$4<6\sqrt{3}-6<4.5$

グラフより，不等式 $a\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$ を満たす整数がちょうど1個になるとき，その整数は　　${}^{シ}4$

また，このときの a のとりうる値の範囲は，右のグラフより　　$-(\sqrt{3}+1)\cdot4+12\leqq a<(\sqrt{3}+1)\cdot5-12$

よって　${}^{スセ}-4\sqrt{{}^{ソ}3}+{}^{タ}8\leqq a<{}^{チ}5\sqrt{{}^{ツ}3}-{}^{テ}7$

$\boxed{2}$

$\boxed{\text{解答}}$ (ア) ③　(イ), (ウ) ①, ③(順不同)

(解説)

(1) 命題 A は偽である。(反例：$a=\sqrt{3}$, $b=2$)

命題 B は偽である。(反例：$a=1$, $b=\sqrt{2}$)

以上から　ア ③

(2) (⓪ について)

命題「$a-1\leqq b\leqq a+1$ ならば $a=b$」は偽である。(反例：$a=1$, $b=2$)

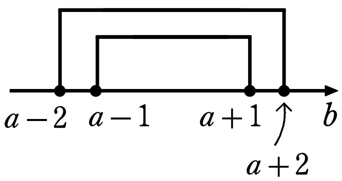
すなわち，$a-1\leqq b\leqq a+1$ は，$a=b$ であるための十分条件ではない。

⓪ は正しくない。

(① について)

命題「$a-1\leqq b\leqq a+1$ ならば $a-2\leqq b\leqq a+2$」は真である。

すなわち，$a-2\leqq b\leqq a+2$ は，$a-1\leqq b\leqq a+1$ であるための必要条件である。



① は正しい。

(② について)

命題「$a-1\leqq b\leqq a+1 \Longrightarrow (a=1$ かつ $b=1)$」の逆は

$$(a=1 \text{ かつ } b=1) \Longrightarrow a-1\leqq b\leqq a+1$$

であるから，② は正しくない。

(③ について)

命題「$a-1\leqq b\leqq a+1 \Longrightarrow (a=1$ かつ $b=1)$」の対偶は

$$(a\neq 1 \text{ または } b\neq 1) \Longrightarrow (a-1>b \text{ または } b>a+1)$$

であるから，③ は正しい。

以上から，正しいものは　イ ①，ウ ③　(または　イ ③，ウ ①)

3

解答　(ア)　⓪　(イ)　③　(ウ)　④　(エ)　②　(オ)　③　$\sqrt{(カ)}$　$\sqrt{3}$
(キ)　⑤　(ク)　①

解説

(1)　$B=90^\circ$ のとき　$\cos B=0$　(ア ⓪)

また，$C=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$ であるから　$\sin C=\dfrac{1}{2}$　(イ ③)

(2)　$90^\circ<\theta<180^\circ$ の三角比を求めたいから，$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$ の関係を利用すればよい。　(ウ ④)

$B=13^\circ$ のとき　$C=180^\circ-(60^\circ+13^\circ)=107^\circ$

よって，三角比の表から　$\sin C=\sin(180^\circ-107^\circ)=\sin 73^\circ=0.9563$　(エ ②)

(3)　計算に用いた数値は近似値であるから，$A=60^\circ$，$B=13^\circ$ のときに $X=1$ であると証明できたことにはならない。

よって，下線部 (a) は正しくない。

また，$A=60^\circ$，$B=13^\circ$ の場合は $A=60^\circ$ の場合の一部であるから，下線部 (b) も正しくない。

したがって　オ ③

(4)　△ABC において，正弦定理により　$\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin A}=2R$

よって　$\mathrm{BC}=\sqrt{{}^{カ}3}\,R$

同様にして，正弦定理により $\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin C}=2R$，$\dfrac{\mathrm{AC}}{\sin B}=2R$ であるから

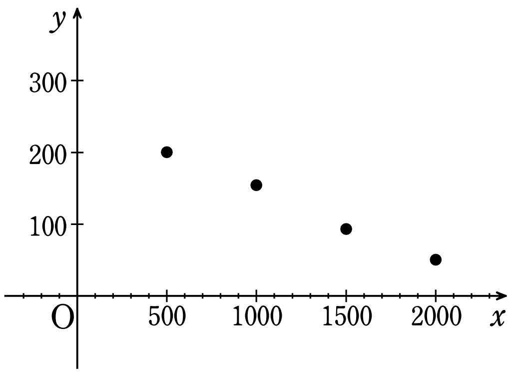
$\mathrm{AB}=2R\sin C$，$\mathrm{AC}=2R\sin B$　(キ ⑤，ク ①)

4

解答　(ア)　①　(イ)　⑤　(ウ)　⑥　(エオカキ)　1250　(クケコサ)　1300

解説

(1)　表1のTシャツ1枚の価格に対して，予測される販売数は累積人数である。
表1の結果について，Tシャツ1枚の価格を x，累積人数を y として座標平面上に表せば，4点が直線に沿って分布しているように見える。（ア①）



グラフが座標軸に平行でない直線であるとき，y は x の1次関数であるから，
売上額 $S(x)=xy$ は x の2次関数である。
（イ⑤，ウ⑥）

(2)　生徒会執行部が(1)で考えた直線は2点(2000，50)，(500，200)を通る直線であるから，その方程式は

$$y=\frac{200-50}{500-2000}(x-500)+200$$

すなわち　$y=-\frac{1}{10}x+250$　……①

よって　$S(x)=xy=-\frac{1}{10}x^2+250x=-\frac{1}{10}(x-1250)^2+156250$

Tシャツ1枚の価格 x は50の倍数であるから，$S(x)$ は $x=$ エオカキ1250のとき最大になる。

(3)　利益を $T(x)$ とすると　$T(x)=S(x)-400\times120$

よって　$T(x)=-\frac{1}{10}(x-1250)^2+108250$

Tシャツは120枚作成するから　$0\leqq y\leqq120$

したがって　$0\leqq-\frac{1}{10}x+250\leqq120$

すなわち　$1300\leqq x\leqq2500$

よって，$T(x)$ が最大となる x の値は　$x=1300$

したがって，利益が最大になるTシャツ1枚の価格は　クケコサ1300円

5

解答　(ア)　③　　(イ)　④　　(ウ)，(エ)　①，④(順不同)　　(オ)　①

解説

(1)　(1組について)

得点の小さい方から17番目，18番目の生徒の得点はともに60点以上65点未満の階級に含まれているから，中央値は60点以上65点未満である。

得点の小さい方から9番目の生徒の得点は50点以上55点未満の階級に含まれているから，第1四分位数は50点以上55点未満である。

得点の小さい方から26番目の生徒の得点は65点以上70点未満の階級に含まれているから，第3四分位数は65点以上70点未満である。

これらを満たす箱ひげ図は　b

(2組について)

得点の小さい方から17番目の生徒の得点は65点以上70点未満の階級に含まれているから，中央値は65点以上70点未満である。

得点の小さい方から8番目，9番目の生徒の得点はともに55点以上60点未満の階級に含まれているから，第1四分位数は55点以上60点未満である。

得点の小さい方から25番目，26番目の生徒の得点はともに65点以上70点未満の階級に含まれているから，第3四分位数は65点以上70点未満である。

これらを満たす箱ひげ図は　c

(3組について)

2組と同様にして考えると，

中央値は60点以上65点未満

第1四分位数は55点以上60点未満

第3四分位数は65点以上70点未満

である。

これらを満たす箱ひげ図は　a

以上から，正しい組合せは　ア③

(2)　(結論1について)

55点以上70点未満の得点をとった生徒数は　57人

すなわち，55点以上70点未満の得点をとった生徒の割合は6割を超えないので，誤っている。

(結論2について)

各組の60点以上70点未満の得点層の生徒数は

1組　14人，　2組　14人，　3組　11人

よって，この得点層の生徒数は　$14+14+11=39$(人)

ゆえに，各組のこの得点層の生徒数の割合は

1 組　$\dfrac{14}{39}$，　　2 組　$\dfrac{14}{39}$，　　3 組　$\dfrac{11}{39}$

したがって，3 組の割合が最も低いので，正しい。

(結論 3 について)

各組の 45 点以上 55 点未満の得点層の生徒数は

1 組　9 人，　　2 組　7 人，　　3 組　6 人

よって，各組の生徒数に対するこの得点層の生徒数の割合は

1 組　$\dfrac{9}{34}=0.26\cdots\cdots$，　　2 組　$\dfrac{7}{33}=0.21\cdots\cdots$，　　3 組　$\dfrac{6}{33}=0.18\cdots\cdots$

したがって，1 組における値が最も大きいので，正しい。

以上から，正しい組合せは　イ ④

(3)　(⓪ について)

箱ひげ図に注目すると，箱の長さは 2 回目の方が短いことがわかる。

すなわち，四分位範囲は，2 回目の方が小さいことがわかる。

よって，正しい。

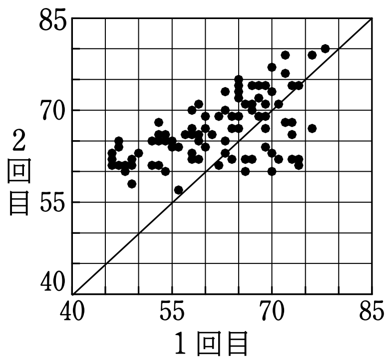
(① について)

1 回目の得点と 2 回目の得点の相関係数は　$\dfrac{25.0}{8.4\times5.2}=0.57\cdots\cdots$

よって，誤っている。

(② について)

散布図に 1 回目の得点と 2 回目の得点が等しい点を結んだ直線を引くと，右の図のようになる。



これより，1 回目の得点が 55 点未満であった生徒の得点の点の分布は，すべてこの直線よりも上にある。

すなわち，1 回目の得点が 55 点未満であった生徒は全員，1 回目の得点より 2 回目の得点の方が高いことがわかる。

よって，正しい。

(③ について)

箱ひげ図に注目すると，2 回目の第 3 四分位数は 70 点より大きいことがわかる。

すなわち，2 回目の得点が 70 点以上であった生徒は，25 人以上いることがわかる。

よって，正しい。

(④ について)

散布図に注目すると，1 回目が 65 点，2 回目が 75 点であった生徒がいることがわかる。

よって，誤っている。

（⑤ について）

箱ひげ図に注目すると，1 回目の中央値は 65 点より低く，2 回目の中央値は 65 点より高いことがわかる。

すなわち，65 点以上の得点をとった生徒の人数は，1 回目のテストより 2 回目のテストの方が多いことがわかる。

よって，正しい。

以上から　ウ ①，エ ④　（または　ウ ④，エ ①）

(3)　得点の換算の計算式から，変換した後の得点の散布図は，変換する前の得点の散布図を縦，横に拡大，縮小および平行移動したものである。

すなわち，変換した後の得点の散布図の点の分布は，変換する前の得点の散布図の点の分布に似たようなものとなる。

よって，新しい得点の散布図は　オ ①

$\boxed{6}$

$\boxed{\text{解答}}$ （ア） ③　　（イ） ④

(解説)

$$(x_1-\overline{w})^2+(x_2-\overline{w})^2+\cdots\cdots+(x_m-\overline{w})^2$$
$$=\{x_1{}^2-2x_1\overline{w}+(\overline{w})^2\}+\{x_2{}^2-2x_2\overline{w}+(\overline{w})^2\}+\cdots\cdots+\{x_m{}^2-2x_m\overline{w}+(\overline{w})^2\}$$
$$=(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots\cdots+x_m{}^2)-2(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_m)\overline{w}+m(\overline{w})^2$$
$$=mS_{\mathrm{A}}{}^2+m(\overline{x})^2-2\cdot m\overline{x}\cdot\overline{w}+m(\overline{w})^2$$
$$=mS_{\mathrm{A}}{}^2+m\{(\overline{x})^2-2\overline{x}\cdot\overline{w}+(\overline{w})^2\}=mS_{\mathrm{A}}{}^2+m(\overline{x}-\overline{w})^2$$ （ア ③）

同様にして

$$(y_1-\overline{w})^2+(y_2-\overline{w})^2+\cdots\cdots+(y_n-\overline{w})^2=nS_{\mathrm{B}}{}^2+n(\overline{y}-\overline{w})^2$$

が成り立つ。

A 組と B 組の生徒を合わせた $(m+n)$ 人の得点の分散 S^2 は

$$S^2=\frac{(x_1-\overline{w})^2+(x_2-\overline{w})^2+\cdots+(x_m-\overline{w})^2+(y_1-\overline{w})^2+(y_2-\overline{w})^2+\cdots+(y_n-\overline{w})^2}{m+n}$$
$$=\frac{mS_{\mathrm{A}}{}^2+m(\overline{x}-\overline{w})^2+nS_{\mathrm{B}}{}^2+n(\overline{y}-\overline{w})^2}{m+n}$$
$$=\frac{mS_{\mathrm{A}}{}^2+nS_{\mathrm{B}}{}^2+m\{(\overline{x})^2-2\overline{x}\cdot\overline{w}+(\overline{w})^2\}+n\{(\overline{y})^2-2\overline{y}\cdot\overline{w}+(\overline{w})^2\}}{m+n}$$
$$=\frac{mS_{\mathrm{A}}{}^2+nS_{\mathrm{B}}{}^2+m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2-2(m\overline{x}+n\overline{y})\overline{w}+(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$$

ここで　$$m\overline{x}+n\overline{y}=m\cdot\frac{x_1+x_2+\cdots\cdots+x_m}{m}+n\cdot\frac{y_1+y_2+\cdots\cdots+y_n}{n}$$
$$=(m+n)\cdot\frac{x_1+x_2+\cdots\cdots+x_m+y_1+y_2+\cdots\cdots+y_n}{m+n}$$
$$=(m+n)\overline{w}$$

であるから

$$S^2=\frac{mS_{\mathrm{A}}{}^2+nS_{\mathrm{B}}{}^2+m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2-2(m+n)(\overline{w})^2+(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$$
$$=\frac{mS_{\mathrm{A}}{}^2+nS_{\mathrm{B}}{}^2+m(\overline{x})^2+n(\overline{y})^2-(m+n)(\overline{w})^2}{m+n}$$ （イ ④）

$\boxed{7}$

解答 $\dfrac{(アイ)}{(ウエ)}$ $\dfrac{27}{64}$　$\dfrac{(オカ)}{(キクケ)}$ $\dfrac{27}{128}$　$\dfrac{(コサ)}{(シスセ)}$ $\dfrac{81}{256}$　$\dfrac{(ソタ)}{(チツテ)}$ $\dfrac{39}{256}$

解説

1 回の試行で，白いボールを取り出す確率は　$\dfrac{3}{4}$

黒いボールを取り出す確率は　$\dfrac{1}{4}$

(1)　白いボールを 3 回，黒いボールを 1 回取り出す場合であるから，求める確率は

$${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\cdot\frac{1}{4}=\frac{{}^{アイ}27}{{}^{ウエ}64}$$

(2)　$n=3$ となるボールの取り出し方は，

[1]　白，白，白，黒　　　[2]　黒，白，白，白

の 2 つの場合があり，これらは互いに排反である。

[1] の場合の確率は　$\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{27}{256}$

[2] の場合の確率は　$\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{27}{256}$

よって，求める確率は　$\dfrac{27}{256}\times2=\dfrac{{}^{オカ}27}{{}^{キクケ}128}$

(3)　$n=2$ となるボールの取り出し方は

[1]　白，白，黒，白　　　[2]　白，白，黒，黒

[3]　白，黒，白，白　　　[4]　黒，白，白，黒

[5]　黒，黒，白，白

の 5 つの場合があり，これらは互いに排反である。

(2) と同様に考えて，[1]，[3] の場合の確率は，それぞれ　$\dfrac{27}{256}$

[2]，[4]，[5] の場合の確率は，それぞれ　$\left(\dfrac{3}{4}\right)^2\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{9}{256}$

よって，求める確率は　$\dfrac{27}{256}\times2+\dfrac{9}{256}\times3=\dfrac{{}^{コサ}81}{{}^{シスセ}256}$

(4)　n のとりうる値は　0，1，2，3，4

$n=0$ となるのは，4 回とも黒いボールを取り出す場合で，その確率は

$$\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$$

$n=4$ となるのは，4 回とも白いボールを取り出す場合で，その確率は

$$\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256}$$

これらと (2)，(3) から，$n=1$ となる確率は

$$1-\left(\frac{1}{256}+\frac{27}{128}+\frac{81}{256}+\frac{81}{256}\right)=\frac{^{\text{ソタ}}39}{_{\text{チツテ}}256}$$

別解　$n=1$ となるボールの取り出し方は

[1]　白，黒，白，黒　　[2]　白，黒，黒，白　　[3]　白，黒，黒，黒
[4]　黒，白，黒，白　　[5]　黒，白，黒，黒　　[6]　黒，黒，白，黒
[7]　黒，黒，黒，白

の 7 つの場合があり，これらは互いに排反である。

[1]，[2]，[4] の場合の確率は，それぞれ　$\dfrac{9}{256}$

[3]，[5]，[6]，[7] の場合の確率は，それぞれ　$\dfrac{3}{4}\cdot\left(\dfrac{1}{4}\right)^3=\dfrac{3}{256}$

よって，求める確率は　$\dfrac{9}{256}\times 3+\dfrac{3}{256}\times 4=\dfrac{^{\text{ソタ}}39}{_{\text{チツテ}}256}$

$\boxed{8}$

解答　$\sqrt{(\text{アイ})}$　$\sqrt{10}$　　$\dfrac{(\text{ウ})\sqrt{(\text{エオ})}}{(\text{カ})}$　$\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$　　$\dfrac{(\text{キ})}{(\text{ク})}$　$\dfrac{4}{5}$　　$\dfrac{(\text{ケコ})}{(\text{サ})}$　$\dfrac{24}{5}$

$\dfrac{(\text{シスセ})}{(\text{ソタ})}$　$\dfrac{216}{25}$　　$\dfrac{(\text{チ})}{(\text{ツ})}$　$\dfrac{6}{5}$　　$\dfrac{(\text{テト})}{(\text{ナ})}$　$\dfrac{12}{5}$　　(ニ)　②

$\dfrac{(\text{ヌ})\sqrt{(\text{ネノ})}}{(\text{ハ})}$　$\dfrac{6\sqrt{10}}{5}$　　$\dfrac{\sqrt{(\text{ヒフ})}}{(\text{ヘ})}$　$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　(ホ)　②

解説

$\angle\mathrm{AOP}=90^\circ$ であるから

$$\mathrm{AP}=\sqrt{\mathrm{AO}^2+\mathrm{OP}^2}=\sqrt{3^2+1^2}$$
$$=\sqrt{{}^{\text{アイ}}10}$$

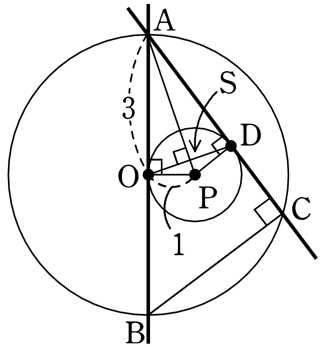
$\mathrm{AO}=\mathrm{AD}=3$ であるから $\triangle\mathrm{OAD}$ は二等辺三角形であり，AP は線分 OD の垂直二等分線である。

線分 AP，OD の交点を S とする。

$\triangle\mathrm{OAP}$ と $\triangle\mathrm{SAO}$ について

$\angle\mathrm{AOP}=\angle\mathrm{ASO}=90^\circ$，

$\angle\mathrm{OAP}=\angle\mathrm{SAO}$



よって　$\triangle\mathrm{OAP}\backsim\triangle\mathrm{SAO}$

ゆえに　$\mathrm{OP}:\mathrm{SO}=\mathrm{AP}:\mathrm{AO}$

$\mathrm{SO}=\dfrac{1}{2}\mathrm{OD}$ であるから

$1:\dfrac{1}{2}\mathrm{OD}=\sqrt{10}:3$

よって　$\mathrm{OD}=\dfrac{{}^{\text{ウ}}3\sqrt{{}^{\text{エオ}}10}}{{}^{\text{カ}}5}$

$\triangle\mathrm{OAD}$ について，余弦定理により

$$\cos\angle\mathrm{OAD}=\frac{\mathrm{AO}^2+\mathrm{AD}^2-\mathrm{OD}^2}{2\mathrm{AO}\cdot\mathrm{AD}}=\frac{3^2+3^2-\left(\dfrac{3\sqrt{10}}{5}\right)^2}{2\cdot3\cdot3}=\frac{{}^{\text{キ}}4}{{}^{\text{ク}}5}$$

$\triangle\mathrm{ABC}$ は直角三角形であり，$\cos\angle\mathrm{BAC}=\cos\angle\mathrm{OAD}=\dfrac{4}{5}$ であるから，$\triangle\mathrm{ABC}$ は

$\mathrm{AB}:\mathrm{BC}:\mathrm{AC}=5:3:4$ の直角三角形である。

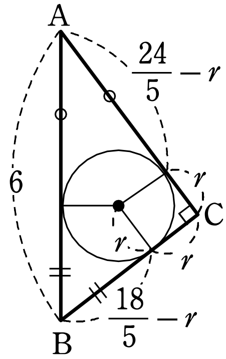
よって　$\mathrm{AC}=\dfrac{4}{5}\mathrm{AB}=\dfrac{4}{5}\cdot6=\dfrac{{}^{\text{ケコ}}24}{{}^{\text{サ}}5}$，

$\mathrm{BC}=\dfrac{3}{5}\mathrm{AB}=\dfrac{3}{5}\cdot6=\dfrac{18}{5}$

ゆえに，$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積は

$$\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{AC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{18}{5}\cdot\frac{24}{5}=\frac{^{\text{シスセ}}216}{^{\text{ソタ}}25}$$

また，△ABC の内接円の半径を r とすると，右の図より



$$\left(\frac{18}{5}-r\right)+\left(\frac{24}{5}-r\right)=6$$

よって　　$r=\dfrac{^{\text{チ}}6}{^{\text{ツ}}5}$

別解　(△ABC の内接円の半径)

△ABC の面積は，内接円の半径 r を用いて，

$\dfrac{1}{2}r(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{AC})$ と表される。

よって　　$\dfrac{1}{2}r\left(6+\dfrac{18}{5}+\dfrac{24}{5}\right)=\dfrac{216}{25}$

ゆえに　　$r=\dfrac{6}{5}$

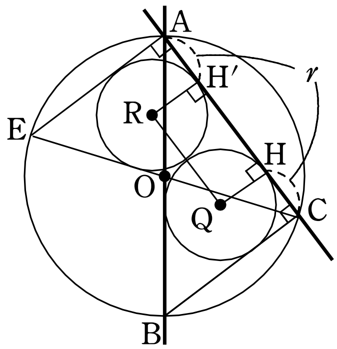
(1)　△ABC と △CEA について

$\angle\mathrm{BCA}=\angle\mathrm{EAC}=90^\circ$，

$\mathrm{AB}=\mathrm{CE}$，$\mathrm{AC}=\mathrm{CA}$

よって

△ABC≡△CEA



ゆえに，円 Q と円 R の半径は等しい。

よって，点 Q，R から線分 AC に垂線 QH，RH′ を下ろすと，四角形 QRH′H は長方形である。

$\mathrm{CH}=\mathrm{AH}'=r=\dfrac{6}{5}$ であるから

$$\mathrm{QR}=\mathrm{HH}'=\mathrm{AC}-(\mathrm{CH}+\mathrm{AH}')$$
$$=\frac{24}{5}-\left(\frac{6}{5}+\frac{6}{5}\right)=\frac{^{\text{テト}}12}{^{\text{ナ}}5}$$

さらに，円 Q と円 R の半径の和は $\dfrac{6}{5}+\dfrac{6}{5}=\dfrac{12}{5}$ であるから

QR＝(円 Q と円 R の半径の和)

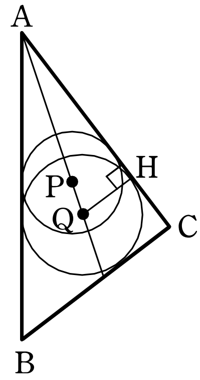
よって，円 Q と円 R は外接する。(ニ ②)

(2)　△AQH について，三平方の定理により

$$\mathrm{AQ}=\sqrt{\mathrm{QH}^2+\mathrm{AH}^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2+\left(\frac{18}{5}\right)^2}$$

$$=\frac{{}^{\text{ヌ}}6\sqrt{{}^{\text{ネノ}}10}}{{}^{\text{ハ}}5}$$



P，Q はいずれも $\angle$BAC の二等分線上にあるから，A，P，Q は一直線上にある。

よって　　$\mathrm{PQ}=\mathrm{AQ}-\mathrm{AP}=\dfrac{6\sqrt{10}}{5}-\sqrt{10}$

$$=\frac{\sqrt{{}^{\text{ヒフ}}10}}{{}^{\text{ヘ}}5}$$

円 Q の半径は $\dfrac{6}{5}$ であり，$\mathrm{PQ}<\dfrac{6}{5}$ であるから，点 P は円 Q の内部にある。

円 P の半径は 1 であり，$\mathrm{PQ}<1$ であるから，点 Q は円 P の内部にある。

したがって　　${}^{\text{ホ}}$②