確認テスト

【数列】

氏名

国私立中高一貫校対象英語数学個別指導　スタディ•コラボ

$\boxed{1}$

第 10 項が -20，第 20 項が -50 である等差数列 $\{a_n\}$ がある。

(1)　第 16 項を求めよ。　　$-\boxed{\text{アイ}}$

(2)　第何項が初めて負となるか。　第 $\boxed{\text{ウ}}$ 項

(3)　-110 は第何項か。　　第 $\boxed{\text{エオ}}$ 項

(4)　第何項が初めて -500 より小さくなるか。　　第 $\boxed{\text{カキク}}$ 項

$\boxed{2}$

(1)(2)の等比数列で，指定されたものを求めよ。各項は実数とする。

(1)　第 2 項が 6，第 2 項から第 4 項までの和が 42 のとき，初項（>0）と公比

　初項 $\boxed{\ ア\ }$，公比 $\boxed{\ イ\ }$

(2)　初項から第 10 項までの和が 2，第 20 項までの和が 8 のとき，第 30 項までの和

　$\boxed{ウエ}$

(3)　数列 x，12，y が等比数列で，数列 68，y，x が等差数列となる x，y の値を求めよ。

ただし，$0<x<y$ とする。　$x=\boxed{\ オ\ }$，$y=\boxed{カキ}$

$\boxed{3}$

次の和を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(9k^2-4k+1)$ $\qquad \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}n(\boxed{ウ}n+\boxed{エ})(\boxed{オ}n+\boxed{カ})$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2\cdot 3^{k-1}$ $\qquad \boxed{キ}^{n}-\boxed{ク}$

(3) 数列 $1,\ 1+2,\ 1+2+4,\ 1+2+4+8,\ \cdots\cdots$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。 $\qquad \boxed{ケ}^{n+1}-n-\boxed{コ}$

(4) 数列 $\dfrac{1}{2\cdot 5},\ \dfrac{1}{5\cdot 8},\ \dfrac{1}{8\cdot 11},\ \dfrac{1}{11\cdot 14},\ \dfrac{1}{14\cdot 17},\ \cdots\cdots$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。 $\qquad \dfrac{n}{\boxed{サ}(\boxed{シ}n+\boxed{ス})}$

$\boxed{4}$

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+2n-3$ $\qquad a_n=n^2-\boxed{\text{ア}}n+\boxed{\text{イ}}$

(2) $a_1=6$，$a_{n+1}=4a_n-9$ $\qquad a_n=\boxed{\text{ウ}}\left(\boxed{\text{エ}}^{n-1}+\boxed{\text{オ}}\right)$

(3) $a_1=10$，$a_{n+1}=2a_n+2^{n+2}$ $\qquad a_n=\boxed{\text{カ}}^{n}\left(\boxed{\text{キ}}n+\boxed{\text{ク}}\right)$

(4) $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n+3}$ $\qquad a_n=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}\cdot\boxed{\text{サ}}^{n-1}-\boxed{\text{シ}}}$

$\boxed{5}$

すべての自然数 n に対して次の等式が成り立つことを，数学的帰納法によって証明せよ。

$$1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\cdots\cdots+n(n+2)=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+7)$$

この等式を (A) とする。

[1]　$n=\boxed{\text{ア}}$ のとき

(左辺)=(右辺)=$\boxed{\text{イ}}$　より，(A) は成り立つ。

[2]　$n=k$ のとき　(A) が成り立つと仮定すると

$$1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\cdots\cdots+k(k+2)=\frac{1}{6}k\left(k+\boxed{\text{ウ}}\right)\left(\boxed{\text{エ}}k+\boxed{\text{オ}}\right)\quad\cdots\cdots①$$

$n=k+\boxed{\text{カ}}$ のとき

$$1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\cdots\cdots+k(k+2)+\left(k+\boxed{\text{キ}}\right)\left(k+\boxed{\text{ク}}\right)$$

$$=\frac{1}{6}\left(k+\boxed{\text{ケ}}\right)\left(k+\boxed{\text{コ}}\right)\left(\boxed{\text{サ}}k+\boxed{\text{シ}}\right)$$

を示せばよい。

この左辺を L，右辺を R とおく。

$$L=\frac{1}{6}k\left(k+\boxed{\text{ス}}\right)\left(\boxed{\text{セ}}k+\boxed{\text{ソ}}\right)+\left(k+\boxed{\text{タ}}\right)\left(k+\boxed{\text{チ}}\right)\quad(①より)$$

$$=\frac{1}{6}\left(k+\boxed{\text{ツ}}\right)\left\{k\left(\boxed{\text{テ}}k+\boxed{\text{ト}}\right)+\boxed{\text{ナ}}\left(k+\boxed{\text{ニ}}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{6}\left(k+\boxed{\text{ケ}}\right)\left(k+\boxed{\text{コ}}\right)\left(\boxed{\text{サ}}k+\boxed{\text{シ}}\right)=R$$

よって，$n=k+\boxed{\text{カ}}$ のときにも (A) は成り立つ。

[1]，[2] から，すべての自然数 n について等式 (A) は成り立つ。