

高2理系数学総合S 確認テスト 冬期第2講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (10点)

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + 2x + 1} + ax + b) = 0$ が成り立つように定数 a, b の値を定めよ。

1 (10点)

解答 $a = -\sqrt{3}, b = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

1 (10点)

$a \geq 0$ であるとする、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + 2x + 1} + ax + b) = \infty$ となり不適。

よって 3点

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + 2x + 1} + ax + b) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 1 - (ax + b)^2}{\sqrt{3x^2 + 2x + 1} - (ax + b)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3 - a^2)x + 2(1 - ab) + \frac{1 - b^2}{x}}{\sqrt{3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} - \left(a + \frac{b}{x}\right)} \end{aligned}$$

3点

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \sqrt{3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} - \left(a + \frac{b}{x}\right) \right\} = \sqrt{3} - a \quad (>0) \text{ であるから,}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + 2x + 1} + ax + b) = 0 \text{ のとき } \quad 3 - a^2 = 0, \quad 2(1 - ab) = 0$$

これを解いて $a = -\sqrt{3}, b = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 4点