

1

$\triangle ABC$  は、条件  $\angle B = 2\angle A$ ,  $BC = 1$  を満たす三角形のうちで面積が最大のものであるとする。このとき、 $\cos \angle B$  を求めよ。

2

自然数  $a, b$  はどちらも 3 で割り切れないが、 $a^3 + b^3$  は 81 で割り切れる。このような  $a, b$  の組  $(a, b)$  のうち、 $a^2 + b^2$  の値を最小にするものと、そのときの  $a^2 + b^2$  の値を求めよ。

3

$O$  を原点とする複素数平面上で  $6$  を表す点を  $A$ ,  $7 + 7i$  を表す点を  $B$  とする。正の実数  $t$  に対し、 $\frac{14(t-3)}{(1-i)t-7}$  を表す点  $P$  をとる。

- (1)  $\angle APB$  を求めよ。
- (2) 線分  $OP$  の長さが最大になる  $t$  の値を求めよ。

4

1 辺の長さが 1 の正方形を底面とする四角柱  $OABC-DEFG$  を考える。3 点  $P, Q, R$  を、それぞれ辺  $AE$ , 辺  $BF$ , 辺  $CG$  上に、4 点  $O, P, Q, R$  が同一平面上にあるようにとる。四角形  $OPQR$  の面積を  $S$  とおく。また、 $\angle AOP$  を  $\alpha$ ,  $\angle COR$  を  $\beta$  とおく。

- (1)  $S$  を  $\tan \alpha$  と  $\tan \beta$  を用いて表せ。
- (2)  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ,  $S = \frac{7}{6}$  であるとき、 $\tan \alpha + \tan \beta$  の値を求めよ。さらに、 $\alpha \leq \beta$  のとき、 $\tan \alpha$  の値を求めよ。

