$\boxed{1}$

k を 0 でない実数とし，$f(x)$ を 2 次関数とする。$F(x)$ と $G(x)$ はどちらも導関数が $f(x)$ であるような関数で，$F(x)$ は $x=0$ で極小値 0 をとり，$G(x)$ は $x=k$ で極大値 0 をとるとする。

(1)　まず，$F(x)=2x^3+3x^2$ の場合を考える。

$F(x)$ の導関数が $f(x)$ であることから

$$f(x)=\boxed{\text{ア}}x^2+\boxed{\text{イ}}x$$

であり，$F(x)$ は $x=\boxed{\text{ウエ}}$ で極大値をとる。また，$G(x)$ の導関数が $f(x)$ であることから

$$G(x)=\boxed{\text{オ}}x^3+\boxed{\text{カ}}x^2+C\quad（C\text{ は積分定数}）$$

と表され，$G(x)$ は $x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値をとる。さらに $G(x)$ に関する条件から

$C=\boxed{\text{クケ}}$ である。

(2)　次に，$k>0$ の場合を考える。

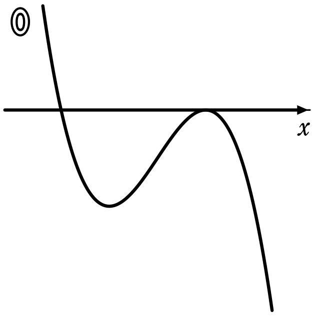
このとき，$F(x)$ と $G(x)$ に関する条件から，$y=F(x)$ のグラフと $F(x)$，$G(x)$ の極値について調べよう。

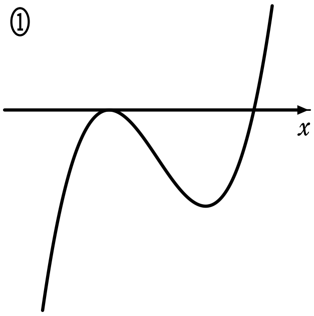
(i)　$F(x)$ が $x=0$ で極小値をとることから，$f(0)=\boxed{\text{コ}}$ であり，$x=0$ の前後で $f(x)$ の符号は $\boxed{\boxed{\text{サ}}}$。さらに，$G(x)$ が $x=k$ で極大値をとることから，$f(k)=\boxed{\text{シ}}$ であり，$x=k$ の前後で $f(x)$ の符号は $\boxed{\boxed{\text{ス}}}$。したがって，$F(x)$ の導関数は $f(x)$ であることに注意すると，座標平面において $y=F(x)$ のグラフの概形は $\boxed{\boxed{\text{セ}}}$ であることがわかる。

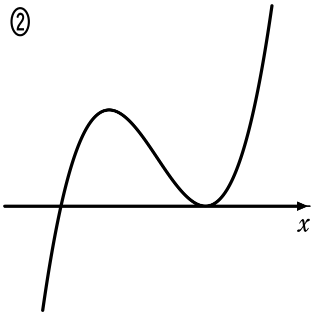
$\boxed{\boxed{\text{サ}}}$，$\boxed{\boxed{\text{ス}}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

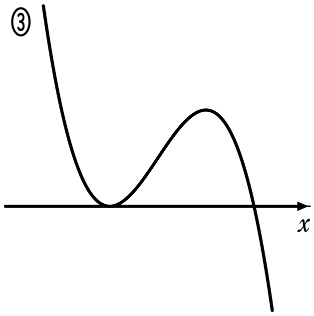
⓪　負から正に変わる	①　正から負に変わる
②　変わらない	

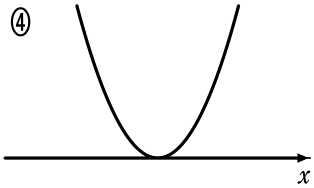
$\boxed{\boxed{\text{セ}}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。なお，y 軸は省略しているが，上方向が正の方向であり，x 軸は直線 $y=0$ を表している。

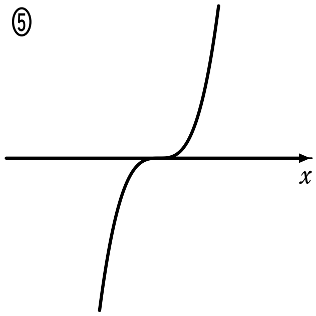
⓪


①


②


③


④


⑤


(ii)　$F(x)$ に関する条件から，すべての実数 x に対して

$$F(x)=\int_{\boxed{\text{タ}}}^{\boxed{\text{ソ}}} f(t)\,dt$$

が成り立つ。このことと (i) の考察により，$F(x)$ の極大値は

$$\int_{\boxed{\text{ツ}}}^{\boxed{\text{チ}}} f(t)\,dt$$

と表され，$F(x)$ の極大値は，関数 $y=$ $\boxed{\text{テ}}$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の $\boxed{\text{ト}}$ と等しいことがわかる。

さらに $G(x)$ に関する条件から，$F(x)$ の極大値は，$G(x)$ の $\boxed{\text{ナ}}$ と等しいことがわかる。

$\boxed{\text{ソ}}$ ～ $\boxed{\text{ツ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　0	①　1	②　k	③　x

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ $f(x)$	① $F(x)$	② $G(x)$

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ 面積	① 面積の -1 倍

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ 極小値	① 極大値
② 極小値の -1 倍	③ 極大値の -1 倍

$\boxed{2}$

四面体 OABC があり，辺 OA，OB，OC の長さはそれぞれ $\sqrt{13}$，5，5 である。
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=1$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-11$ とする。頂点 O から △ABC を含む平面に下ろした垂線とその平面の交点を H とする。

(1)　線分 AB の長さを求めよ。

(2)　実数 s，t を $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を満たすように定めるとき，s と t の値を求めよ。

(3)　四面体 OABC の体積を求めよ。

$\boxed{3}$

整式 $x^{2023}-1$ を整式 $x^4+x^3+x^2+x+1$ で割ったときの余りを求めよ。

$\boxed{4}$

n を自然数とする。1 個のさいころを n 回投げ，出た目を順に X_1，X_2，……，X_n とし，n 個の数の積 $X_1X_2\cdots\cdots X_n$ を Y とする。

(1)　Y が 5 で割り切れる確率を求めよ。

(2)　Y が 15 で割り切れる確率を求めよ。

$\boxed{5}$

平面上の 3 点 O，A，B が

$$|2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=1 \quad \text{かつ} \quad (2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})=\frac{1}{3}$$

を満たすとする。

(1)　$(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}})$ を求めよ。

(2)　平面上の P が

$$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})|\leqq\frac{1}{3} \quad \text{かつ} \quad \overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\leqq\frac{1}{3}$$

を満たすように動くとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ の最大値と最小値を求めよ。