中２甲陽コンプリート数学　確認テスト　冬期第３講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／　10

$\boxed{1}$（10点　部分点あり）

四角形 ABCD が円に内接し，$\mathrm{AB}=1$，$\mathrm{BC}=2$，$\mathrm{CD}=2$，$\mathrm{DA}=3$ であるとき，BD の長さを求めよ。また，四角形 ABCD の面積 S を求めよ。

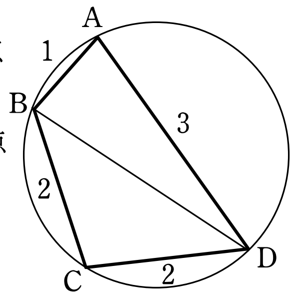
中２甲陽コンプリート数学　確認テスト　冬期第３講【解答】

$\boxed{1}$（10点　部分点あり）

解答　$\mathrm{BD}=\dfrac{8\sqrt{7}}{7}$，$S=2\sqrt{3}$

$\boxed{1}$（10点　部分点あり）

解説



△ABD に余弦定理を適用すると

$\mathrm{BD}^2=1^2+3^2-2\cdot1\cdot3\cos A=10-6\cos A$ ……①　」1点

△BCD に余弦定理を適用すると

$\mathrm{BD}^2=2^2+2^2-2\cdot2\cdot2\cos C=8-8\cos C$ ……②　」1点

ところで，四角形 ABCD は円に内接するから

$\mathrm{A}+\mathrm{C}=180°$　よって　$C=180°-A$ ……③

①～③から

$10-6\cos A=8-8\cos C=8-8\cos(180°-A)=8+8\cos A$

よって　$14\cos A=2$　$\cos A=\dfrac{1}{7}$　」2点

①に代入して　$\mathrm{BD}^2=\dfrac{64}{7}$

$\mathrm{BD}>0$ であるから　$\mathrm{BD}=\sqrt{\dfrac{64}{7}}=\dfrac{8\sqrt{7}}{7}$　」2点

また，$\cos A=\dfrac{1}{7}$ から　$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$　」2点

$S=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{BCD}=\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot3\sin A+\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot2\sin C$

$=\dfrac{3}{2}\sin A+2\sin(180°-A)=\dfrac{7}{2}\sin A=\dfrac{7}{2}\cdot\dfrac{4\sqrt{3}}{7}=2\sqrt{3}$　」2点