$\boxed{1}$

c を正の整数とする。x の 2 次方程式

$$2x^2+(4c-3)x+2c^2-c-11=0 \quad \cdots\cdots ①$$

について考える。

(1)　$c=1$ のとき，① の左辺を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}}\right)\left(x-\boxed{\text{ウ}}\right)$$

であるから，① の解は

$$x=-\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}},\ \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2)　$c=2$ のとき，① の解は

$$x=\frac{-\boxed{\text{エ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり，大きい方の解を α とすると

$$\frac{5}{\alpha}=\frac{\boxed{\text{ク}}+\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。また，$m<\dfrac{5}{\alpha}<m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(3)　太郎さんと花子さんは，① の解について考察している。

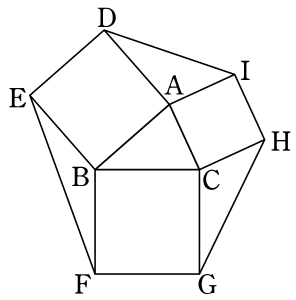
太郎：① の解は c の値によって，ともに有理数である場合もあれば，ともに無理数である場合もあるね。c がどのような値のときに，解は有理数になるのかな。

花子：2 次方程式の解の公式の根号の中に着目すればいいんじゃないかな。

① の解が異なる二つの有理数であるような正の整数 c の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個である。

2

右の図のように，△ABCの外側に辺AB，BC，CAをそれぞれ1辺とする正方形ADEB，BFGC，CHIAをかき，2点EとF，GとH，IとDをそれぞれ線分で結んだ図形を考える。



参考図

以下において

BC$=a$，CA$=b$，AB$=c$

$\angle$CAB$=A$，$\angle$ABC$=B$，$\angle$BCA$=C$

とする。

(1)　$b=6$，$c=5$，$\cos A=\dfrac{3}{5}$ のとき，$\sin A=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，△ABCの面積は $\boxed{\text{ウエ}}$，

△AIDの面積は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(2)　正方形BFGC，CHIA，ADEBの面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とする。このとき，$S_1-S_2-S_3$ は

- $0°<A<90°$ のとき，$\boxed{\text{キ}}$。
- $A=90°$ のとき，$\boxed{\text{ク}}$。
- $90°<A<180°$ のとき，$\boxed{\text{ケ}}$。

$\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　0である
①　正の値である
②　負の値である
③　正の値も負の値もとる

(3)　△AID，△BEF，△CGHの面積をそれぞれ T_1，T_2，T_3 とする。このとき，

$\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪　$a<b<c$ ならば，$T_1>T_2>T_3$
①　$a<b<c$ ならば，$T_1<T_2<T_3$
②　A が鈍角ならば，$T_1<T_2$ かつ $T_1<T_3$
③　a，b，c の値に関係なく，$T_1=T_2=T_3$

(4)　△ABC，△AID，△BEF，△CGHのうち，外接円の半径が最も小さいものを求める。

$0°<A<90°$ のとき，ID $\boxed{\text{サ}}$ BCであり

（△AIDの外接円の半径）$\boxed{\text{シ}}$（△ABCの外接円の半径）

であるから，外接円の半径が最も小さい三角形は

・$0° < A < B < C < 90°$ のとき，$\boxed{\text{ス}}$ である。

・$0° < A < B < 90° < C$ のとき，$\boxed{\text{セ}}$ である。

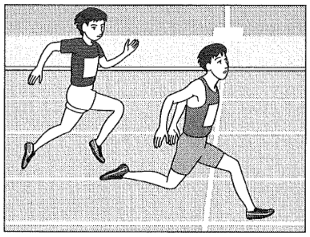
$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $<$	① $=$	② $>$

$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ △ABC	① △AID	② △BEF	③ △CGH

3



陸上競技の短距離 100 m 走では，100 m を走るのにかかる時間(以下，タイムと呼ぶ)は，1 歩 あたりの進む距離(以下，ストライドと呼ぶ)と 1 秒あたりの歩数(以下，ピッチと呼ぶ) に関係がある。ストライドとピッチはそれぞれ以下の式で与えられる。

$$\text{ストライド (m/歩)} = \frac{100\ (\text{m})}{\text{100 m を走るのにかかった歩数 (歩)}}$$

$$\text{ピッチ (歩/秒)} = \frac{\text{100 mを走るのにかかった歩数 (歩)}}{\text{タイム (秒)}}$$

ただし，100 m を走るのにかかった歩数は，最後の 1 歩がゴールラインをまたぐこともあるので，小数で表される。以下，単位は必要のない限り省略する。

例えば，タイムが 10.81 で，そのときの歩数が 48.5 であったとき，ストライドは $\frac{100}{48.5}$ より約 2.06，ピッチは $\frac{48.5}{10.81}$ より約 4.49 である。

なお，小数の形で解答する場合は，**解答上の注意**にあるように，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えよ。また，必要に応じて，指定された桁まで ⓪ にマークせよ。

(1)　ストライドを x，ピッチを z とおく。ピッチは 1 秒あたりの歩数，ストライドは 1 歩あたりの進む距離なので，1 秒あたりの進む距離すなわち平均速度は，x と z を用いて $\boxed{\text{ア}}$ (m/秒) と表される。

これより，タイムと，ストライド，ピッチとの関係は

$$\text{タイム} = \frac{100}{\boxed{\text{ア}}} \quad \cdots\cdots ①$$

と表されるので，$\boxed{\text{ア}}$ が最大になるときにタイムが最もよくなる。ただし，タイムがよくなるとは，タイムの値が小さくなることである。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $x+z$	① $z-x$	② xz
③ $\frac{x+z}{2}$	④ $\frac{z-x}{2}$	⑤ $\frac{xz}{2}$

(2)　男子短距離 100 m 走の選手である太郎さんは，① に着目して，タイムが最もよくなるストライドとピッチを考えることにした。

次の表は，太郎さんが練習で 100 m を 3 回走ったときのストライドとピッチのデータである。

	1 回目	2 回目	3 回目
ストライド	2.05	2.10	2.15
ピッチ	4.70	4.60	4.50

また，ストライドとピッチにはそれぞれ限界がある。太郎さんの場合，ストライドの最大値は 2.40，ピッチの最大値は 4.80 である。

太郎さんは，上の表から，ストライドが0.05大きくなるとピッチが0.1小さくなるという関係があると考えて，ピッチがストライドの1次関数として表されると仮定した。このとき，ピッチ z はストライド x を用いて

$$z = \boxed{\text{イウ}}\,x + \frac{\boxed{\text{エオ}}}{5} \quad \cdots\cdots ②$$

と表される。

② が太郎さんのストライドの最大値2.40とピッチの最大値4.80まで成り立つと仮定すると，x の値の範囲は次のようになる。

$$\boxed{\text{カ}}.\boxed{\text{キク}} \leqq x \leqq 2.40$$

$y = \boxed{\text{ア}}$ とおく。② を $y = \boxed{\text{ア}}$ に代入することにより，y を x の関数として表すことができる。太郎さんのタイムが最もよくなるストライドとピッチを求めるためには，$\boxed{\text{カ}}.\boxed{\text{キク}} \leqq x \leqq 2.40$ の範囲で y の値を最大にする x の値を見つければよい。

このとき，y の値が最大になるのは $x = \boxed{\text{ケ}}.\boxed{\text{コサ}}$ のときである。

よって，太郎さんのタイムが最もよくなるのは，ストライドが $\boxed{\text{ケ}}.\boxed{\text{コサ}}$ のときであり，このとき，ピッチは $\boxed{\text{シ}}.\boxed{\text{スセ}}$ である。また，このときの太郎さんのタイムは，① により $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ 9.68	① 9.97	② 10.09
③ 10.33	④ 10.42	⑤ 10.55

4

次の表は，あるクラスの生徒 9 人に対して行われた英語と数学のテスト (各 20 点満点) の得点をまとめたものである。ただし，テストの得点は整数値である。また，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

	英　語	数　学
生徒 1	9	15
生徒 2	20	20
生徒 3	18	14
生徒 4	18	17
生徒 5	A	8
生徒 6	18	C
生徒 7	14	D
生徒 8	15	14
生徒 9	18	15
平均値	16.0	15.0
分　散	B	10.00
相関係数	0.500	

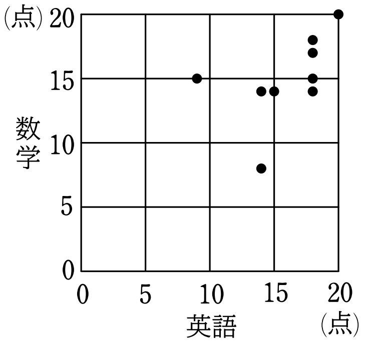
以下，小数の形で解答する場合，指定された桁 (けた) 数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで ⓪ にマークすること。

(1)　生徒 5 の英語の得点 A は $\boxed{アイ}$ 点であり，9 人の英語の得点の分散 B の値は $\boxed{ウエ}$.$\boxed{オカ}$ である。また，9 人の数学の得点の平均値が 15.0 点であることと，英語と数学の得点の相関係数の値が 0.500 であることから，生徒 6 の数学の得点 C と生徒 7 の数学の得点 D の関係式 C＋D＝$\boxed{キク}$，C－D＝$\boxed{ケ}$ が得られる。したがって，C は $\boxed{コサ}$ 点，D は $\boxed{シス}$ 点である。

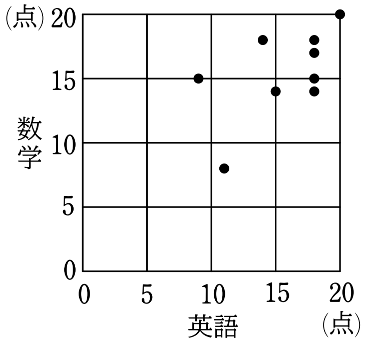
(2)　9 人の英語と数学の得点の相関図 (散布図) として適切なものは $\boxed{セ}$ である。

$\boxed{セ}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

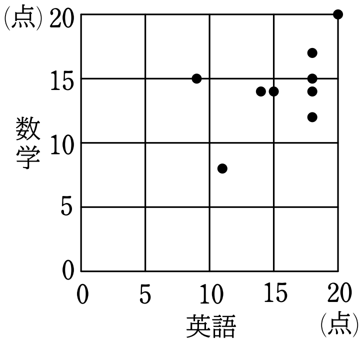
⓪



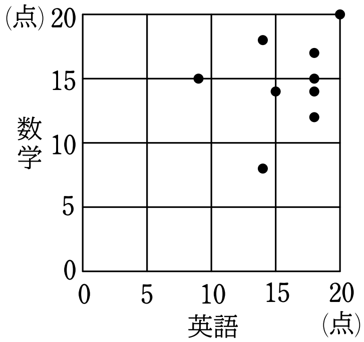
①



②



③



(3) 生徒 10 が転入したので，その生徒に対して同じテストを行った。次の表は，はじめの 9 人の生徒に生徒 10 を加えた 10 人の得点をまとめたものである。ただし，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

	英　語	数　学
生徒 1	9	15
生徒 2	20	20
生徒 3	18	14
生徒 4	18	17
生徒 5	A	8
生徒 6	18	C
生徒 7	14	D
生徒 8	15	14
生徒 9	18	15
生徒10	6	F
平均値	E	14.0
分　散	18.00	18.00
相関係数	0.750	

10 人の英語の得点の平均値 E は $\boxed{\text{ソタ}}$. $\boxed{\text{チ}}$ 点であり，生徒 10 の数学の得点 F は $\boxed{\text{ツ}}$ 点である。

(4) 生徒 10 が転入した後で 1 人の生徒が転出した。残った 9 人の生徒について，英語の得点の平均値は 10 人の平均値と同じ $\boxed{\text{ソタ}}$. $\boxed{\text{チ}}$ 点，数学の得点の平均値は 10 人の平均値と同じ 14.0 点であった。転出したのは生徒 $\boxed{\text{テ}}$ である。また，英語について，10 人の得点の分散の値を v，残った 9 人の得点の分散の値を v' とすると

$\dfrac{v'}{v} = \boxed{\text{ト}}$ が成り立つ。さらに，10 人についての英語と数学の得点の相関係数の値を r，残った 9 人についての英語と数学の得点の相関係数の値を r' とすると

$\dfrac{r'}{r} = \boxed{\text{ナ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ト}}$ ， $\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ -1	① 1	② $\frac{9}{10}$
③ $\left(\frac{9}{10}\right)^2$	④ $\frac{10}{9}$	⑤ $\left(\frac{10}{9}\right)^2$

$\boxed{5}$

中にくじが入っている2つの箱AとBがある。2つの箱の外見は同じであるが，箱Aでは，当たりくじを引く確率が $\frac{1}{2}$ であり，箱Bでは，当たりくじを引く確率が $\frac{1}{3}$ である。

(1) 各箱で，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返す。このとき

箱Aにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ …… ①

箱Bにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ …… ②

である。箱Aにおいて，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であり，箱Bにおいて，3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(2) 太郎さんと花子さんは，それぞれくじを引くことにした。ただし，2人は，箱A，箱Bでの当たりくじを引く確率は知っているが，2つの箱のどちらがAで，どちらがBであるかはわからないものとする。

まず，太郎さんが2つの箱のうちの一方をでたらめに選ぶ。そして，その選んだ箱において，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したところ，3回中ちょうど1回当たった。

このとき，選ばれた箱がAである事象を A，選ばれた箱がBである事象を B，3回中ちょうど1回当たる事象を W とする。①，② に注意すると

$$P(A\cap W)=\frac{1}{2}\times\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad P(B\cap W)=\frac{1}{2}\times\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)$ であるから，3回中ちょうど1回当たったとき，選んだ箱がAである条件付き確率 $P_W(A)$ は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ となる。また，条件付き確率 $P_W(B)$ は $1-P_W(A)$ で求められる。

次に，花子さんが箱を選ぶ。その選んだ箱において，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返す。花子さんは，当たりくじをより多く引きたいので，太郎さんのくじの結果をもとに，次の(X)，(Y)のどちらの場合がよいかを考えている。

(X) 太郎さんが選んだ箱と同じ箱を選ぶ。
(Y) 太郎さんが選んだ箱と異なる箱を選ぶ。

花子さんがくじを引くときに起こりうる事象の場合の数は，選んだ箱がA，Bのいずれかの2通りと，3回のうち当たりくじを引く回数が0，1，2，3回のいずれかの4通りの組合せで全部で8通りある。

花子：当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶといいかな。
太郎：当たりくじを引く回数の期待値を求めるには，この 8 通りについて，それぞれの起こる確率と当たりくじを引く回数との積を考えればいいね。

花子さんは当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶことにした。

(X) の場合について考える。箱 A において 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象を A_1，箱 B において 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象を B_1 と表す。
太郎さんが選んだ箱が A である確率 $P_W(A)$ を用いると，花子さんが選んだ箱が A で，かつ，花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象の起こる確率は $P_W(A)\times P(A_1)$ と表せる。このことと同様に考えると，花子さんが選んだ箱が B で，かつ，花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象の起こる確率は $\boxed{\text{シ}}$ と表せる。

花子：残りの 6 通りも同じように計算すれば，この場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算できるね。
太郎：期待値を計算する式は，選んだ箱が A である事象に対する式と B である事象に対する式に分けて整理できそうだよ。

残りの 6 通りについても同じように考えると，(X) の場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算する式は

$$\boxed{\boxed{\text{ス}}}\times\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}+\boxed{\boxed{\text{セ}}}\times\boxed{\text{キ}}$$

となる。
(Y) の場合についても同様に考えて計算すると，(Y) の場合の当たりくじを引く回数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。よって，当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶという方針に基づくと，花子さんは，太郎さんが選んだ箱と $\boxed{\boxed{\text{テ}}}$。

$\boxed{\boxed{\text{シ}}}$ の解答群

⓪ $P_W(A)\times P(A_1)$	① $P_W(A)\times P(B_1)$
② $P_W(B)\times P(A_1)$	③ $P_W(B)\times P(B_1)$

$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

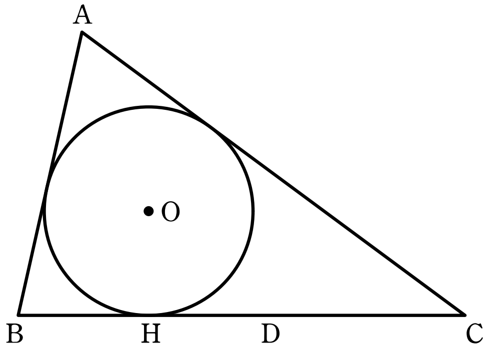
⓪ $\dfrac{1}{2}$	① $\dfrac{1}{4}$	② $P_W(A)$	③ $P_W(B)$
④ $\dfrac{1}{2}P_W(A)$		⑤ $\dfrac{1}{2}P_W(B)$	
⑥ $P_W(A)-P_W(B)$		⑦ $P_W(B)-P_W(A)$	
⑧ $\dfrac{P_W(A)-P_W(B)}{2}$		⑨ $\dfrac{P_W(B)-P_W(A)}{2}$	

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ 同じ箱を選ぶ方がよい	① 異なる箱を選ぶ方がよい

$\boxed{6}$

△ABC の内心を O，内接円 O と辺 BC の接点を H とする。辺 BC 上に点 D をとる。ただし，D は B，C と異なる点とする。



参考図

△ABD の内心を P とし，内接円 P と辺 BD の接点を E とする。△ACD の内心を Q とし，内接円 Q と辺 CD の接点を F とする。
PQ を直径とする円と 2 点 D，H の間の関係で △ABC がどのような形でも成り立つものを調べる。

次の $\boxed{\text{オ}}$ には，下の ⓪ ～ ③ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\angle \mathrm{ADP} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \angle \mathrm{ADB}$，$\angle \mathrm{ADQ} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \angle \mathrm{ADC}$ であるから，PQ を直径とする円と点 D の関係について正しい選択肢は $\boxed{\text{オ}}$ である。

⓪　D が辺 BC 上のどの位置にあっても，D はその円の内部にある。

①　D が辺 BC 上のどの位置にあっても，D はその円周上にある。

②　D が辺 BC 上のどの位置にあっても，D はその円の外部にある。

③　D が辺 BC 上のどの位置にあるかに応じて，D は，円の内部，円周上，円の外部のどの場合もある。

次の $\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$$\mathrm{BH} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{AB} + \boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\right) \quad \cdots\cdots ①$$

$$\mathrm{BE} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{AB} + \boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}}\right) \quad \cdots\cdots ②$$

$$\mathrm{DF} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{CD} + \boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}\right) \quad \cdots\cdots ③$$

である。

⓪　AC　　①　AD　　②　BC　　③　BD

次の $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

① ～ ③ から，$\mathrm{EH} = \boxed{\text{シ}}$ であることがわかる。

⓪　FQ　　①　OP　　②　$\dfrac{1}{2}$EP　　③　DF

次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

PQ の中点を J とする。J を通り辺 BC に垂直な直線と BC の交点を K とすると，K は EF の中点であるから，HK＝$\boxed{\text{ス}}$ である。

⓪　DK　　①　$\frac{1}{2}$JK　　②　EH　　③　$\frac{1}{2}$FK

次の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

HK＝$\boxed{\text{ス}}$ に着目すると，PQ を直径とする円と点 H の関係について，正しい選択肢は $\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪　D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円の内部にある。

①　D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円周上にある。

②　D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円の外部にある。

③　D が辺 BC 上のどの位置にあるかに応じて，H は，円の内部，円周上，円の外部のどの場合もある。