確認テスト
【平面ベクトル】

氏名

$\boxed{1}$

(1) $\vec{a}=(4,\ 5)$, $\vec{b}=(-1,\ 4)$ について

① $3\vec{a}-2\vec{b}$ を成分で表せ。 $(\boxed{アイ},\ \boxed{ウ})$

② $3\vec{a}-2\vec{b}$ の大きさを求めよ。 $\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$

(2) 2 点 A $(2,\ 3)$, B $(4,\ 7)$ について

① ベクトル $\overrightarrow{AB}$ を成分で表せ。 $\overrightarrow{AB}=(\boxed{カ},\ \boxed{キ})$

② $\overrightarrow{AB}$ の大きさを求めよ。 $|\overrightarrow{AB}|=\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}$

(3) $\vec{a}=(1,\ 2)$ と同じ向きの単位ベクトルを成分で表せ。

$$\left(\frac{\boxed{コ}}{\sqrt{\boxed{サ}}},\ \frac{\boxed{シ}}{\sqrt{\boxed{ス}}}\right)$$

(4) $\vec{a}=(2,\ -1)$, $\vec{b}=(3,\ -2)$ のとき, $\vec{c}=(-6,\ 5)$ を $s\vec{a}+t\vec{b}$ の形に表せ。

$\vec{c}=\boxed{セ}\vec{a}-\boxed{ソ}\vec{b}$

$\boxed{2}$

$\triangle$ABC において，辺 BC を 3 : 1 に内分する点を D，外分する点を E とし，$\triangle$ABC の重心を G とする。次のベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}=-\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

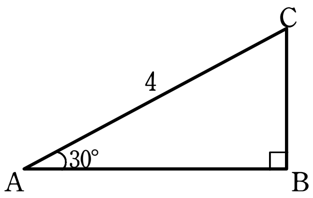
(4) $\overrightarrow{\mathrm{BD}}=-\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(5) $\overrightarrow{\mathrm{GE}}=-\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

$\boxed{3}$

(1)　右の図の直角三角形 ABC において，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ を求めよ。

　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\boxed{アイ}$



(2)　次の 2 つのベクトル　$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(2,\ 6)$　の

なす角 θ を求めよ。　　$\theta=\boxed{ウエ}°$

(3)　$\vec{a}=(3,\ 4)$ に垂直で大きさが 5 のベクトル $\vec{p}$ を求めよ。

　$\vec{p}=\left(\boxed{オ},\ -\boxed{カ}\right),\ \left(-\boxed{キ},\ \boxed{ク}\right)$

(4)　$\vec{a}$，$\vec{b}$ が次の 3 つの条件　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=5$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$

を満たすとき，$|4\vec{a}+\vec{b}|$ の値を求めよ。　　$\boxed{ケ}$

$\boxed{4}$

(1)　AB＝4，BC＝5，CA＝6である△ABCの内心をPとし，直線APと辺BCの交点をDとする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とするとき，

①　$\overrightarrow{AD}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。　　$\overrightarrow{AD}=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\vec{b}+\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\vec{c}$

②　$\overrightarrow{AP}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。　　$\overrightarrow{AP}=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\vec{b}+\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}\vec{c}$

(2)　△ABCにおいて，辺BCの中点をD，線分ADを4：1に内分する点をE，辺ABを2：1に内分する点をFとする。このとき，3点C，E，Fは一直線上にあることを証明し，さらにCE：EFを求めよ。（以下の解答を完成させよ）

解答

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とする。条件から

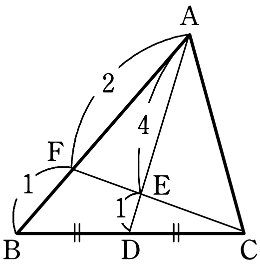
$\overrightarrow{AD}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{\boxed{コ}}$，$\overrightarrow{AE}=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}(\vec{b}+\vec{c})$，$\overrightarrow{AF}=\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\vec{b}$

ゆえに　$\overrightarrow{CE}=\dfrac{\boxed{ソ}\vec{b}-\boxed{タ}\vec{c}}{\boxed{チ}}$，$\overrightarrow{CF}=\dfrac{\boxed{ツ}\vec{b}-\boxed{テ}\vec{c}}{\boxed{ト}}$

よって　　$\overrightarrow{CE}=\dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}\overrightarrow{CF}$

したがって，3点C，E，Fは一直線上にある。

よって　　CE：EF＝$\boxed{ヌ}$：$\boxed{ネ}$



$\boxed{5}$

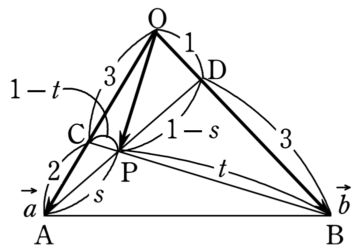
△OABにおいて，辺OAを3：2に内分する点をC，辺OBを1：3に内分する点をDとし，線分ADと線分BCの交点をPとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ として，次の問いに答えよ。（以下の解答を完成させよ）

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

解答

AP：PD$=s$：$(1-s)$ とすると

$$\overrightarrow{OP}=\left(\boxed{ア}-s\right)\vec{a}+\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}s\vec{b} \quad \cdots\cdots ①$$



BP：PC$=t$：$(1-t)$ とすると

$$\overrightarrow{OP}=\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}t\vec{a}+\left(\boxed{カ}-t\right)\vec{b} \quad \cdots\cdots ②$$

$\vec{a}\fallingdotseq\vec{0}$，$\vec{b}\fallingdotseq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから，①，② より

$$s=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}},\quad t=\frac{\boxed{コサ}}{\boxed{シス}}$$

したがって　$\overrightarrow{OP}=\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツテ}}\vec{b}$

(2) 直線OPと辺ABとの交点をQとする。$\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

解答

$\overrightarrow{OQ}=u\overrightarrow{OP}$ とすると，(1) より

$$\overrightarrow{OQ}=\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}u\vec{a}+\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツテ}}u\vec{b} \quad \cdots\cdots ③$$

AQ：QB$=v$：$(1-v)$ とすると

$$\overrightarrow{OQ}=\left(\boxed{ト}-v\right)\vec{a}+v\vec{b} \quad \cdots\cdots ④$$

$\vec{u}\fallingdotseq\vec{0}$，$\vec{v}\fallingdotseq\vec{0}$ で，$\vec{u}$ と $\vec{v}$ は平行でないから，③，④ より

$$u=\frac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌネ}},\quad v=\frac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハヒ}}$$

したがって　$\overrightarrow{OQ}=\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘホ}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{マ}}{\boxed{ミム}}\vec{b}$