$\boxed{1}$

(1)　1ラジアンとは，$\boxed{\text{ア}}$ のことである。$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪　半径が1，面積が1の扇形の中心角の大きさ
①　半径がπ，面積が1の扇形の中心角の大きさ
②　半径が1，弧の長さが1の扇形の中心角の大きさ
③　半径がπ，弧の長さが1の扇形の中心角の大きさ

(2)　144° を弧度で表すと $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi$ ラジアンである。また，$\dfrac{23}{12}\pi$ ラジアンを度で表すと $\boxed{\text{エオカ}}$° である。

(3)　$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で $2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{5}\right)-2\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{30}\right)=1$ …… ① を満たす θ の値を求めよう。

$x=\theta+\dfrac{\pi}{5}$ とおくと，① は $2\sin x-2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}\right)=1$ と表せる。

加法定理を用いると，この式は $\sin x-\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\cos x=1$ となる。

さらに，三角関数の合成を用いると $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}\right)=\dfrac{1}{\boxed{\text{コ}}}$ と変形できる。

$x=\theta+\dfrac{\pi}{5}$，$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ だから，$\theta=\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}\pi$ である。

$\boxed{2}$

c を正の定数として，不等式 $x^{\log_3 x} \geqq \left(\dfrac{x}{c}\right)^3$ …… ① を考える。

3を底とする ① の両辺の対数をとり，$t=\log_3 x$ とおくと

$t^{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}\,t+\boxed{\text{イ}}\log_3 c \geqq 0$ …… ② となる。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，a を底といい，b を真数という。

$c=\sqrt[3]{9}$ のとき，① を満たす x の値の範囲を求めよう。

② により $t \leqq \boxed{\text{ウ}}$，$t \geqq \boxed{\text{エ}}$ である。

さらに，真数の条件を考えて $\boxed{\text{オ}}<x \leqq \boxed{\text{カ}}$，$x \geqq \boxed{\text{キ}}$ となる。

次に，① が $x>\boxed{\text{オ}}$ の範囲でつねに成り立つような c の値の範囲を求めよう。

x が $x>\boxed{\text{オ}}$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}}$ である。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪　正の実数全体　　①　負の実数全体
②　実数全体　　③　1以外の実数全体

この範囲の t に対して，② がつねに成り立つための必要十分条件は，

$\log_3 c \geqq \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

すなわち，$c \geqq \sqrt[\boxed{\text{サ}}]{\boxed{\text{シス}}}$ である。

$\boxed{3}$

$p>0$ とする。座標平面上の放物線 $y=px^2+qx+r$ を C とし，直線 $y=2x-1$ を ℓ とする。C は点 $\mathrm{A}\,(1,\ 1)$ において ℓ と接しているとする。

(1) q と r を，p を用いて表そう。

放物線 C 上の点 A における接線 ℓ の傾きは $\boxed{\text{ア}}$ であることから，

$q=\boxed{\text{イウ}}\,p+\boxed{\text{エ}}$ がわかる。

さらに，C は点 A を通ることから，$r=p-\boxed{\text{オ}}$ となる。

(2) $v>1$ とする。

放物線 C と直線 ℓ および直線 $x=v$ で囲まれた図形の面積 S は

$S=\dfrac{p}{\boxed{\text{カ}}}\left(v^3-\boxed{\text{キ}}\,v^2+\boxed{\text{ク}}\,v-\boxed{\text{ケ}}\right)$ である。

また，x 軸と ℓ および 2 直線 $x=1$，$x=v$ で囲まれた図形の面積 T は，$T=v^{\boxed{\text{コ}}}-v$ である。

$U=S-T$ は $v=2$ で極値をとるとする。

このとき，$p=\boxed{\text{サ}}$ であり，$v>1$ の範囲で $U=0$ となる v の値を v_0 とすると，

$v_0=\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

$1<v<v_0$ の範囲で U は $\boxed{\text{ソ}}$。$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ つねに増加する　① つねに減少する　② 正の値のみをとる

③ 負の値のみをとる　④ 正と負のどちらの値もとる

$p=\boxed{\text{サ}}$ のとき，$v>1$ における U の最小値は $\boxed{\text{タチ}}$ である。

$\boxed{4}$

関数 $f(x)$ は $x\geqq 1$ の範囲でつねに $f(x)\leqq 0$ を満たすとする。

$t>1$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x=1$，$x=t$ で囲まれた図形の面積を W とする。

t が $t>1$ の範囲を動くとき，W は，底辺の長さが $2t^2-2$，他の 2 辺の長さがそれぞれ t^2+1 の二等辺三角形の面積とつねに等しいとする。

このとき，$x>1$ における $f(x)$ を求めよう。

$F(x)$ を $f(x)$ の不定積分とする。

一般に，$F'(x)=\boxed{\text{ア}}$，$W=\boxed{\text{イ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ $-F(t)$　① $F(t)$　② $F(t)-F(1)$

③ $F(t)+F(1)$　④ $-F(t)+F(1)$　⑤ $-F(t)-F(1)$

⑥ $-f(x)$　⑦ $f(x)$　⑧ $f(x)-f(1)$

したがって，$t>1$ において $f(t)=\boxed{\text{ウエ}}\,t^{\boxed{\text{オ}}}+\boxed{\text{カ}}$ である。

よって，$x>1$ における $f(x)$ がわかる。

5

第 4 項が 30，初項から第 8 項までの和が 288 である等差数列を $\{a_n\}$ とし，$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。
また，第 2 項が 36，初項から第 3 項までの和が 156 である等比数列で公比が 1 より大きいものを $\{b_n\}$ とし，$\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とする。

(1) $\{a_n\}$ の初項は $\boxed{\text{アイ}}$，公差は $\boxed{\text{ウエ}}$ であり $S_n=\boxed{\text{オ}}\,n^2-\boxed{\text{カキ}}\,n$ である。

(2) $\{b_n\}$ の初項は $\boxed{\text{クケ}}$，公比は $\boxed{\text{コ}}$ であり $T_n=\boxed{\text{サ}}\left(\boxed{\text{シ}}^{\,n}-\boxed{\text{ス}}\right)$ である。

(3) 数列 $\{c_n\}$ を次のように定義する。

$$
\begin{aligned}
c_n&=\sum_{k=1}^{n}(n-k+1)(a_k-b_k)\\
&=n(a_1-b_1)+(n-1)(a_2-b_2)+\cdots\cdots+2(a_{n-1}-b_{n-1})+(a_n-b_n)
\end{aligned}
$$

$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

たとえば

$c_1=a_1-b_1,\qquad c_2=2(a_1-b_1)+(a_2-b_2)$

$c_3=3(a_1-b_1)+2(a_2-b_2)+(a_3-b_3)$

である。

数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよう。

$\{c_n\}$ の階差数列を $\{d_n\}$ とする。

$d_n=c_{n+1}-c_n$ であるから，$d_n=\boxed{\text{セ}}$ を満たす。$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

⓪ S_n+T_n　① S_n-T_n　② $-S_n+T_n$

③ $-S_n-T_n$　④ $S_{n+1}+T_{n+1}$　⑤ $S_{n+1}-T_{n+1}$

⑥ $-S_{n+1}+T_{n+1}$　⑦ $-S_{n+1}-T_{n+1}$

したがって，(1) と (2) により $d_n=\boxed{\text{ソ}}\,n^2-2\cdot\boxed{\text{タ}}^{\,n+\boxed{\text{チ}}}$ である。

$c_1=\boxed{\text{ツテト}}$ であるから，$\{c_n\}$ の一般項は

$c_n=\boxed{\text{ナ}}\,n^3-\boxed{\text{ニ}}\,n^2+n+\boxed{\text{ヌ}}-\boxed{\text{タ}}^{\,n+\boxed{\text{ネ}}}$ である。

$\boxed{6}$

a を $0<a<1$ を満たす定数とする。三角形 ABC を考え，辺 AB を $1:3$ に内分する点を D，辺 BC を $a:(1-a)$ に内分する点を E，直線 AE と直線 CD の交点を F とする。

$\overrightarrow{FA}=\vec{p}$，$\overrightarrow{FB}=\vec{q}$，$\overrightarrow{FC}=\vec{r}$ とおく。

(1)　$\overrightarrow{AB}=\boxed{\text{ア}}$ であり $|\overrightarrow{AB}|^2=|\vec{p}|^2-\boxed{\text{イ}}\,\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ ……① である。ただし，

$\boxed{\text{ア}}$ については，当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪　$\vec{p}+\vec{q}$　　①　$\vec{p}-\vec{q}$　　②　$\vec{q}-\vec{p}$　　③　$-\vec{p}-\vec{q}$

(2)　$\overrightarrow{FD}$ を $\vec{p}$ と $\vec{q}$ を用いて表すと $\overrightarrow{FD}=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{p}+\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{q}$ ……② である。

(3)　s，t をそれぞれ $\overrightarrow{FD}=s\vec{r}$，$\overrightarrow{FE}=t\vec{p}$ となる実数とする。s と t を a を用いて表そう。

$\overrightarrow{FD}=s\vec{r}$ であるから，② により $\vec{q}=\boxed{\text{キク}}\,\vec{p}+\boxed{\text{ケ}}\,s\vec{r}$ ……③ である。

また，$\overrightarrow{FE}=t\vec{p}$ であるから $\vec{q}=\dfrac{t}{\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}}\vec{p}-\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}}\vec{r}$ ……④ である。

③ と ④ により $s=\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)}$，$t=\boxed{\text{タチ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)$ である。

(4)　$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BE}|$ とする。$|\vec{p}|=1$ のとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ の内積を a を用いて表そう。

① により $|\overrightarrow{AB}|^2=1-\boxed{\text{イ}}\,\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ である。

また $|\overrightarrow{BE}|^2=\boxed{\text{ツ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)^2+\boxed{\text{テ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ である。

したがって $\vec{p}\cdot\vec{q}=\dfrac{\boxed{\text{トナ}}-\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

$\boxed{7}$

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

(1) a を正の整数とする。

2，4，6，……，$2a$ の数字がそれぞれ一つずつ書かれた a 枚のカードが箱に入っている。この箱から 1 枚のカードを無作為に取り出すとき，そこに書かれた数字を表す確率変数を X とする。

このとき，$X=2a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

$a=5$ とする。

X の平均 (期待値) は $\boxed{\text{ウ}}$，X の分散は $\boxed{\text{エ}}$ である。また，s，t は定数で $s>0$ のとき，$sX+t$ の平均が 20，分散が 32 となるように s，t を定めると，$s=\boxed{\text{オ}}$，$t=\boxed{\text{カ}}$ である。

このとき，$sX+t$ が 20 以上である確率は 0.$\boxed{\text{キ}}$ である。

(2) (1) の箱のカードの枚数 a は 3 以上とする。

この箱から 3 枚のカードを同時に取り出し，それらのカードを横 1 列に並べる。

この試行において，カードの数字が左から小さい順に並んでいる事象を A とする。

このとき，事象 A の起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

この試行を 180 回繰り返すとき，事象 A が起こる回数を表す確率変数を Y とすると，Y の平均 m は $\boxed{\text{コサ}}$，Y の分散 σ^2 は $\boxed{\text{シス}}$ である。

ここで，事象 A が 18 回以上 36 回以下起こる確率の近似値を次のように求めよう。

試行回数 180 は大きいことから，Y は近似的に平均 $m=\boxed{\text{コサ}}$，標準偏差 $\sigma=\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ の正規分布に従うと考えられる。

ここで，$Z=\dfrac{Y-m}{\sigma}$ とおくと，求める確率の近似値は次のようになる。

$$P(18\leqq Y\leqq 36)=P\left(-\boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソタ}}\leqq Z\leqq \boxed{\text{チ}}.\boxed{\text{ツテ}}\right)=0.\boxed{\text{トナ}}$$

(3) ある都市での世論調査において，無作為に 400 人の有権者を選び，ある政策に対する賛否を調べたところ，320 人が賛成であった。この都市の有権者全体のうち，この政策の賛成者の母比率 p に対する信頼度 95 %の信頼区間を求めたい。

この調査での賛成者の比率 (以下，これを標本比率という) は 0.$\boxed{\text{ニ}}$ である。

標本の大きさが 400 と大きいので，二項分布の正規分布による近似を用いると，p に対する信頼度 95 %の信頼区間は $0.\boxed{\text{ヌネ}}\leqq p\leqq 0.\boxed{\text{ノハ}}$ である。

母比率 p に対する信頼区間 $A\leqq p\leqq B$ において，$B-A$ をこの信頼区間の幅とよぶ。

以下，R を標本比率とし，p に対する信頼度 95 %の信頼区間を考える。

上で求めた信頼区間の幅を L_1

標本の大きさが 400 の場合に $R=0.6$ が得られたときの信頼区間の幅を L_2

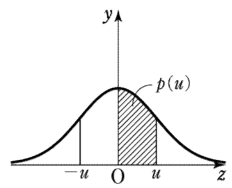
標本の大きさが 500 の場合に $R=0.8$ が得られたときの信頼区間の幅を L_3

とする。このとき，L_1，L_2，L_3 について $\boxed{\text{ヒ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ヒ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ $L_1<L_2<L_3$　① $L_1<L_3<L_2$　② $L_2<L_1<L_3$

③ $L_2<L_3<L_1$　④ $L_3<L_1<L_2$　⑤ $L_3<L_2<L_1$

正規分布表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900