$\boxed{1}$

k を実数とする。$f(x)$ と $g(x)$ を $f(x)=|x^3-x|$，$g(x)=k(x+1)$ とおき，曲線 $y=f(x)$ を C，直線 $y=g(x)$ を ℓ とする。

(1)　曲線 C の概形をかけ。ただし，関数 $f(x)$ の極大値を調べる必要はない。

(2)　曲線 C と直線 ℓ がちょうど 4 つの共有点をもつような k の値を求めよ。

$\boxed{2}$

s，t を実数とする。座標空間に 3 点 A$(-4,\ -1,\ 0)$，B$(-3,\ 0,\ -1)$，
P$(s,\ t,\ -2s+t-1)$ がある。

(1)　3 点 A，B，P は一直線上にないことを示せ。

(2)　点 P から直線 AB に下ろした垂線を PH とする。点 H の座標を s を用いて表せ。

(3)　s，t が変化するとき，三角形 ABP の面積の最小値を求めよ。

$\boxed{3}$

自然数 n に対し，時刻 0 から n 秒後を時刻 n と定める。正四面体の頂点 A，B，C，D を 1 秒ごとに移動する点 P を考える。点 P の時刻 0 での位置は頂点 A であり，時刻 $n-1$ から時刻 n になったとき，点 P の位置は次の規則に従って決まるものとする。

[規則]

- 位置を変えず同じ頂点にいる確率は p である。
- 位置を変えて他のそれぞれの頂点に移動する確率はどれも $\dfrac{1-p}{3}$ である。

ただし，p は $0<p<1$ を満たす実数である。例えば，時刻 1 に点 P の位置が頂点 A である確率は p で，頂点 B，C，D である確率はそれぞれ $\dfrac{1-p}{3}$ となる。時刻 n に点 P の位置が頂点 A である確率を a_n とする。

(1)　$p=\dfrac{1}{5}$ のとき，a_3 の値を求めよ。

(2)　a_{n+1} を a_n と p を用いて表せ。

(3)　a_n を n と p を用いて表せ。

(4)　点 Q は時刻 0 での位置が頂点 B であり，点 P と同様に [規則] に従って頂点 A，B，C，D を 1 秒ごとに移動する。点 P と点 Q の位置の決め方は互いに影響を受けず，2 点の位置が同じである場合もあるとする。時刻 n に点 P の位置と点 Q の位置が同じである確率を x_n とし，$b_n=\dfrac{1-a_n}{3}$ とおく。x_n を b_n を用いて表せ。