直前講習会

国公立大理系物理

氏名

私立中高一貫校対象英語数学個別指導　スタディ・コラボ

学習内容

◆第１回　力学◆

＜演習問題＞

解答時間 60 分

【１】次の文章を読んで，問 1～4 に答えよ。

地球の赤道面内にあって，地球の自転周期と同じ周期で地球を回る人工衛星は静止衛星と呼ばれ，地球の一定の領域をつねに視野におさめることができるので，気象観測や通信などに多く利用される。

ここでは，地球を近似的に半径 R_E[m]の球と考え，地球を中心とする円軌道をもった静止衛星を考える。ただし，衛星にはたらく力としては，地球からの万有引力以外は無視してよい。また，万有引力定数を G [N・m^2/kg^2]，地球の質量を M_E [kg]，地球の自転周期を T [s]とする。

問 1　静止衛星の質量を M_s [kg]，軌道の半径を R_s [m]とするとき，軌道上の衛星に地球がおよぼす万有引力の大きさ F_s [N]を求めよ。また，衛星が地球におよぼす万有引力の大きさ F_E [N]を求めよ。

問 2　この静止衛星の軌道半径 R_s [m] を G，M_E，T を用いて表せ。

問 3　この衛星を速さ v[m/s]まで加速することにより，地球からの万有引力の影響が無視できるような遠方に移動させたい。このためには，加速直後の衛星の力学的エネルギーがどのよう条件を満たせばよいか，無限の遠方での位置エネルギーを 0 として，条件を v ，M_s ，M_E ，R_s ，G を用いた不等式で示し，その物理的な意味を説明せよ。
ただし，加速する間の衛星の位置の変化は無視できるとする。

（〈物理的な意味〉解答欄：6.5 センチ×16 センチ）

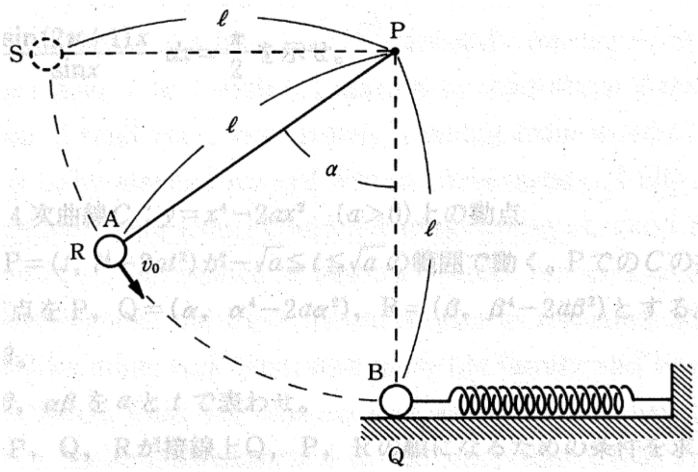
問 4　この衛星を打ち上げる前に，衛星内に天井からばねを用いて質量 6.0kg の物体をつるし，物体が静止した状態でばねの長さを測定したところ 6.1×10^{-2}m であった。このばねのばね定数は 9.5×10^2kg 重/m であることがわかっている。衛星が静止軌道にある状態で，ばねの長さは何 m になっていると考えられるか。解答は有効数字 2 桁で答えよ。

（1998 年　神戸大）

【２】同じ質量 m をもつ小球 A，B がある。小球 B は図のようにばね定数 k のばねにつながれていて，なめらかな水平面の上で運動することができる。ばねのもう一方の端は壁につながれている。小球 B は，はじめ点 Q に静止しており，このときばねは自然の長さになっている。この Q 点の鉛直上方，距離 l のところにある点 P から，小球 A が長さ l のひもでつり下げられている。

小球 A，B はつねに図の面内で運動するものとし，小球は十分小さいものとする。ばねとひもの質量は無視する。また，P 点における摩擦，空気の抵抗は考えない。小球どうしの衝突は完全弾性衝突であるものとする。重力加速度を g とする。

図のように小球 A を鉛直方向と角度 $\alpha\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ の位置にある点 R まで持ち上げ，ひもに垂直な方向に初速 v_0 を与えて手を離した。



(a)　この後，小球 A は Q 点で小球 B に衝突した。この衝突の直前における小球 A の速さ v_1 を求めよ。

(b)　この衝突の直後における小球 A および小球 B の速さを求めよ。なお，もし必要なら v_1 を用いて表してよい。

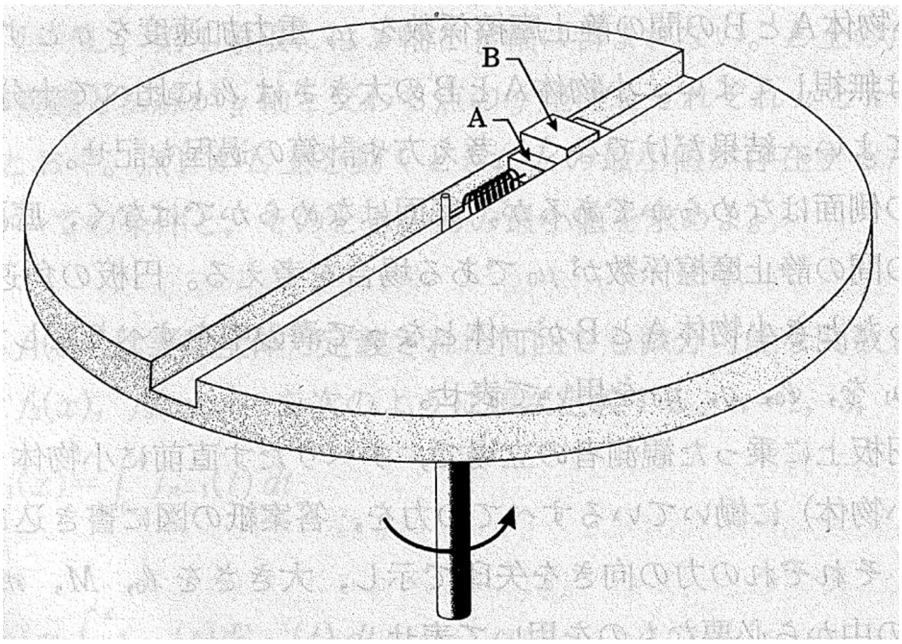
(c)　この後，小球 B はばねの力に逆らって運動し，あるところで速さが 0 となった。Q 点からこの位置までの距離を v_1，k，m を用いて表せ。

(d)　小球 B が再び小球 A と衝突し，その後小球 A がちょうど図に示したように P 点と同じ高さにある点 S まで達してそこから折り返すようにするためには，初速 v_0 をいくらにすればよいか。

(e)　α を十分小さくとり，初速 v_0 を 0 としたとき，小球 A と小球 B が全体として行う周期運動の周期を求めよ。

（1993 年　東京工業大）

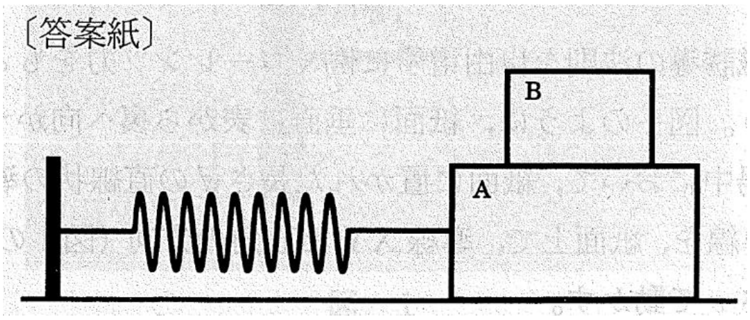
【３】図のように，水平に支えられ，モーターによって中心のまわりに回転できる大きい円板の表面に，円板の中心を通る四角の小さな溝が掘られている。この溝の中で，一端を円板の中心に固定されたばね（ばね定数 k，自然長 ℓ_0）につながれた質量 M の小物体 A が，円板の中心から ℓ_0 だけ離れた位置に置かれている。小物体 A の上には質量 m の小物体 B が乗っている。小物体 A と B の幅は，ともに溝の幅と同じであり，小物体 A と B は溝に沿って動くことができる。この状態から円板をまわし始め，その角速度 ω をゆるやかに増していった。以下の問いに答えよ。ただし，小物体 A と B の間の静止摩擦係数を μ ，重力加速度を g とする。ばねの質量は無視してよい。小物体 A と B の大きさは ℓ_0 に比べて十分小さく，無視してよい。結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。



（1）溝の側面はなめらかであるが，底面はなめらかではなく，底面と小物体 A の間の静止摩擦係数がμ_0である場合を考える。円板の角速度がω_1になったとき小物体 A と B が一体となって溝の中をすべりだした。

(a)　ω_1を，ℓ_0，g，μ_0を用いて表せ。

(b)　円板上に乗った観測者の立場で，すべりだす直前に小物体 A（下側の小物体）に働いているすべての力を，答案紙の図に書き込め。ただし，それぞれの力の向きを矢印で示し，大きさをℓ_0，M，m，g，μ_0，ω_1の中から必要なものを用いて表せ。



(c)　小物体が動き出すとき，小物体 A と B が一体のままである条件を，理由とともに，μとμ_0を用いて表せ。

（2）次に，溝の側面も底面もなめらかである場合を考える。円板の角速度が増すにつれてばねの伸びが増し，円板の角速度がω_2になったとき，小物体 B が小物体 A の上をすべりだして，飛び去り，小物体 A は溝の中で小さな振幅で振動を始めた。ただし，以下の問いでは，小物体 B がすべりだす直前は，小物体 A と B は溝の中で静止していたものとする。また，小物体 A が振動している間，角速度はω_2で変化しないものとする。

(a)　小物体 B が小物体 A の上をすべりだす直前のばねの伸びを，k，M，m，μ，gを用いて表せ。

(b)　ω_2を，k，ℓ_0，M，m，μ，gを用いて表せ。

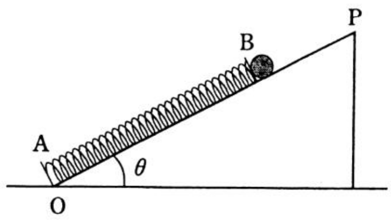
(c)　小物体 A の振動の中心と円板の中心との距離を，k，ℓ_0，M，ω_2を用いて表せ。

(d)　小物体 A の振動の周期を，k，M，ω_2を用いて表せ。

（2002 年　東北大）

＜時間が余ったら・・・＞

【４】図のように，水平面から角度θをなすなめらかな斜面 OP がある。自然の長さがℓでばね定数 k のばねの A 端を斜面の下端 O に固定し，ばねの上端 B に質量 m の小球を固定した。重力加速度の大きさを g とする。ただし，小球と斜面の間の摩擦および空気抵抗はないものとし，ばねの質量と小球の大きさは無視してよい。



（１）小球を静止させたところ，ばねの長さは自然の長さℓ から a だけ縮んだ位置でつりあった。a の大きさを求めよ。

（２）（１）の小球の静止位置から，小球を斜面にそって距離 b だけ押し下げて手を離すと，小球はばねの上端 B から離れることなく斜面にそって振動運動を続けた。

(a)　斜面上向きを正として，小球がつりあいの位置から変位 x にあるとき，小球にはたらく力を k，x を用いて表せ。

(b)　振動運動をする小球の周期 T はいくらか。

(c)　小球が最も高い位置にあるとき，小球のつりあいの位置からの変位はいくらか。

(d)　小球の振幅 A はいくらか。

(e)　小球の最大の速さ v_{max} をθ，a を用いずに表せ。

<NOTE>

◆第２回　熱力学･波動◆

＜予習用問題＞

【１】以下の文章中の $\boxed{(1)}$ から $\boxed{(9)}$ に適切な数式または等式を入れ，

$\boxed{(a)}$ と $\boxed{(b)}$ には，図 3 の選択肢から適切な向きを選び記号で答えよ。

解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入せよ。

問 1　図 1 は，波長 λ_1 [m]，周期 T_1 [s]の水面波を上から見たものである。この波は，y 軸に平行な山と谷の波面を持つ平面波として $+x$ 方向に進んでいる。その上空に観測者がいて，波を見ていた。

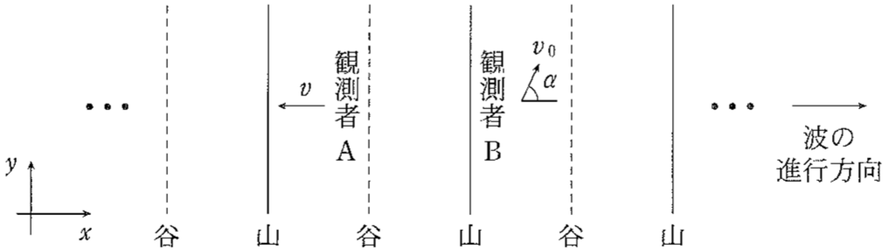


図 1

観測者 A が $-x$ 方向に速さ v[m/s]で進んでいた。波の速さが $\boxed{(1)}$ [m/s]なので，観測者 A が波の山の上から次の山の上に来るまでにかかる時間（観測者 A から見た周期）は $\boxed{(2)}$ [s]となる。

次に，観測者 B が $+x$ 方向から反時計回りに角度 α ($0° \leqq \alpha < 90°$)の向きに速さ v_0 で進んだところ，観測者 B からは波が止まって見えた。このときの速さは $v_0 =$ $\boxed{(3)}$ [m/s]である。

問 2　図 2 のように，水深の異なる領域 I と II が直線を境界として接している。領域 I を進んでいた波長 λ_2 [m]，速さ c[m/s]の平面波が，境界に入射角 θ で入射し，屈折した。領域 II における波の速さが c' [m/s]であるとき，その波長は $\boxed{(4)}$ [m]となる。屈折角 θ' は関係式 $\boxed{(5)}$ により決まる。

次に図 3 のように，境界を平らな壁とし，同じ入射角 θ の波を反射させた。このとき，反射波は入射波と同じ速さで $\boxed{(a)}$ の向きに進む。したがって，入射波と反射波の山の波面が交差する点 A は， $\boxed{(b)}$ の向きに動く。

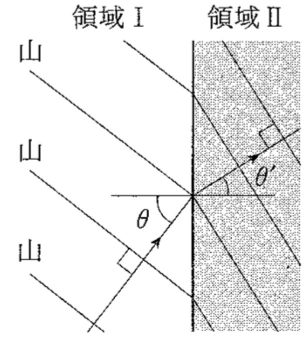


図 2

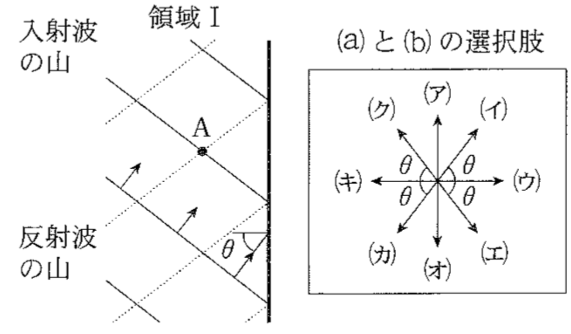


図 3

問 3　図 4 のように，2 つのスリットを持つ平らな壁に，波長 λ_3 [m]の水面波が入射角 θ_3 で入射した。波は各スリットから壁の右側に球面波として広がった。各スリットの幅は狭く，以下では幅を無視する。なお，2 つのスリットの間隔は d[m]で，壁の両側で波の速さは等しいものとする。

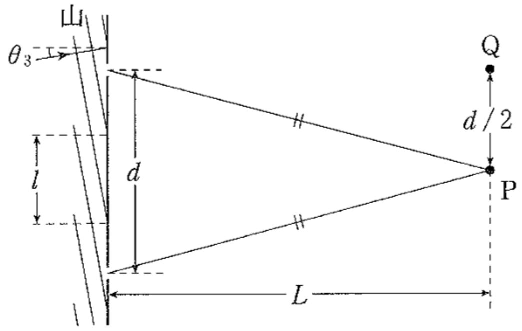


図 4

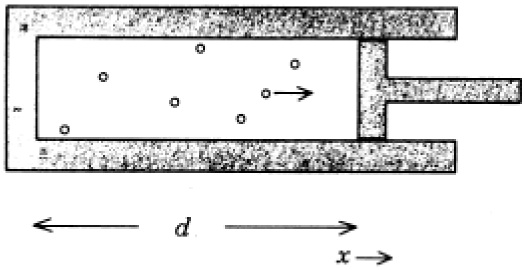
壁の右側で 2 つのスリットから等しい距離にある点 P を考える。壁に達した入射波の隣り合う山と山の壁に沿った距離 l [m]が $\boxed{(6)}$ [m]であることから，点 P で 2 つの球面波が弱め合うためには，m を 0 以上の整数として，スリットの間隔を $d = \boxed{(7)}$ [m]とする必要がある。このとき，図のように，壁と平行で点 P を通る直線上にあり，点 P からの距離が $\dfrac{d}{2}$ の点を Q とすると，点 Q では波が弱め合っていた。線分 PQ 上に波が弱め合う点が，点 P と Q 以外に n 個あるとき，点 P と壁の距離 L[m]と d，λ_3，n の間の関係は $\boxed{(8)}$ となる。これより，$L = \boxed{(9)}$ [m]と求めることができる。

（2011 年　北海道大）

【２】次の文章を読んで，問 1〜4 に答えよ。

図のように，ピストンのついた容器内に同一の質量をもつたくさんの微小な粒子が閉じ込められていて，壁やピストンと完全弾性衝突をひんぱんに繰り返しながら運動している。今，粒子は x 軸に沿ってのみ運動しているものとする。ただし，重力の影響は無視してよい。また，粒子間の衝突は起こらないものとする。

文中に与えられた記号の他に問題の解決に必要な物理量があれば，それを表す記号はすべて各自が定義し，解答欄に明示せよ。



問 1　図のようにピストンを壁からの距離 d の位置に静止させているとする。一個の粒子の運動に着目する。この粒子の速さが v の時に，その粒子の衝突によってピストンが受ける圧力（粒子がピストンに当たる平均の力の大きさをピストンの面積で割ったもの）を求めよ。

問 2　次に壁からの距離 d の位置から外力によってピストンを常に一定の速さ v' でゆっくりと右に移動させたとする。速さ v の粒子が移動中のピストンに一回当たって跳ね返った時，この衝突による粒子の運動エネルギーの変化を求めよ。

問 3　問 2 において，ピストンを移動させ始めてから短い時間 Δt の間に粒子の運動エネルギーはどう変化するか，式を用いて述べよ。ただし，v' は v に比べて十分に小さいので v' の 2 乗以上の高次の項は無視してよいものとする。

問 4　問 3 の結果を熱力学第一法則の観点から論ぜよ。

（2000 年　神戸大）

＜演習問題＞

解答時間 60 分

【１】【１】次の文章の$\boxed{1}$から$\boxed{11}$に適切な数式を入れよ。

屈折率がそれぞれ n_1 ，n_2 ，n_3 の媒質Ⅰ，Ⅱ，Ⅲが上から順に重なっている。ここで $n_2 > n_1 > n_3$ の関係がある。各媒質の境界面はすべて平行である。媒質Ⅱの厚さは d [m]であり，媒質Ⅰと媒質Ⅲはそれぞれ十分に厚いとする。単色光が媒質Ⅰから媒質Ⅱへ向けて入射するときの入射角はθ_1 ，媒質Ⅱでの屈折角はθ_2 ，そして媒質Ⅲでの屈折角はθ_3である。この単色光の真空中の波長はλ [m]，真空の屈折率は 1 である。

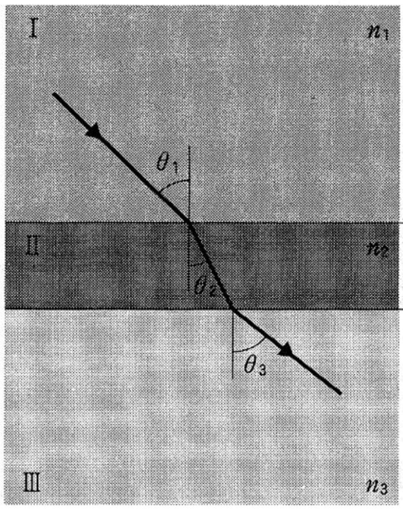


図 1

問 1　図 1 のθ_1 ，θ_2 ，n_1 ，n_2 の間には$\boxed{1}$の関係がある。媒質Ⅰでの波長は$\boxed{2}$[m]，媒質Ⅱでの波長は$\boxed{3}$[m]である。また，θ_1 ，θ_3 ，n_1 ，n_3 の間には$\boxed{4}$の関係がある。入射角θ_1 を大きくすると，媒質Ⅱと媒質Ⅲの境界面で全反射して，単色光が媒質Ⅲの内部に侵入できなくなる。このときの最小のθ_1を与える条件は $\sin\theta_1 =$ $\boxed{5}$である。

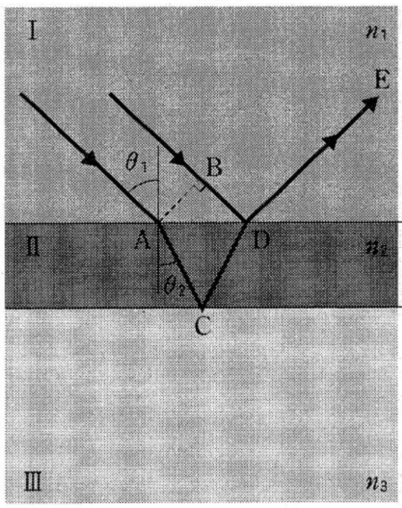


図 2

問 2　媒質Ⅱが薄膜の場合に，図 2 のように入射した平行光線が C と D とで反射し，その反射光の重ね合わせを E から見たところ干渉が見られた。ただし，入射平行光線の A と B とでの波の位相は同じである。経路 BDE で，BD の長さは d を用いて$\boxed{6}$[m]である。ここでは波の数は 1 波長分を 1 と数えることにする。BD 間に入る波の数を n_1 を用いて表すと$\boxed{7}$である。経路 ACDE で，ACD の長さは d を用いて$\boxed{8}$[m]である。ACD の間に入る波の数を n_2 を用いて表すと$\boxed{9}$である。入射波と反射波の位相の関係は C の反射では自由端反射と同じであり，D の反射では固定端反射と同じである。このことと，経路 BD と経路 ACD とに入る波の数の差とを考慮して干渉する条件が得られる。正の整数 m を用いると，E から見たときに反射光が弱め合う条件は

$\boxed{9} - \boxed{7} = \boxed{10}$ であり，反射光が強め合う条件は

$\boxed{9} - \boxed{7} = \boxed{11}$ である。

（2008 年　北海道大）

【２】次の文章を読んで，問 1〜問 6 に答えよ。導出の過程も示せ。

図 1 のように，断面積 S のピストンをもつシリンダーを水平面上に固定する。シリンダー内は，ピストンによって A 室と B 室に分けられ，ピストンはシリンダー内を気密を保ちながらなめらかに動くことができる。ピストンと B 室の側壁とは，ばね定数 k の軽いばねで結ばれている。A 室にはヒーターがあり，A 室内の気体を加熱することができる。ピストンとシリンダーは断熱材で作られており，ばねとヒーターの体積は無視できるものとする。

A 室と B 室内には，ともに圧力 P ，温度 T の単原子分子の理想気体が封入されている。このとき，ピストンはシリンダーの両側壁から等しい距離 L の位置にあり，ばねは自然長になっている。

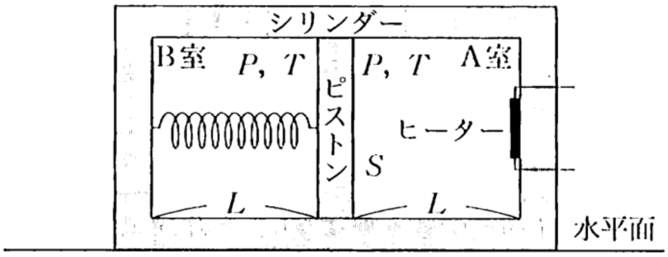


図 1

この状態から，ヒーターを作動させて A 室内の気体をゆっくりと加熱したところ，図 2 のように，ピストンははじめの位置から左へ距離$\dfrac{L}{4}$ だけ移動した位置で静止した。このとき，A 室内の気体の圧力は P_A ，温度は T_A ，B 室内の気体の圧力は P_B ，温度は T_B であった。

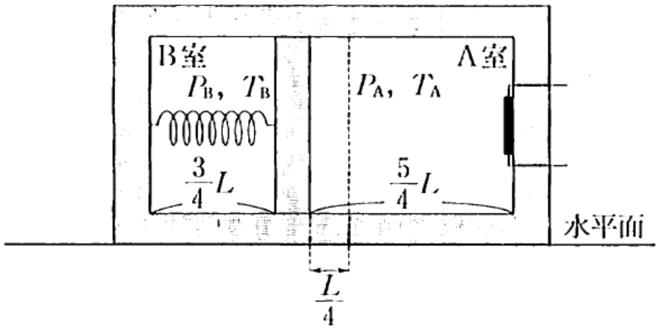


図 2

問 1　ボイル・シャルルの法則を適用して，P_A を，P ，T ，T_A を用いて表せ。

問 2　ボイル・シャルルの法則を適用して，T_B を，P ，T ，P_B を用いて表せ。

問 3　ピストンにはたらく力のつり合いを考えて，P_B を，k ，L ，S ，P_A を用いて表せ。

問 4　ピストンが距離$\frac{L}{4}$ だけ移動する間の，B 室内の気体の内部エネルギーの変化量ΔU_B を，P ，L ，S ，P_B を用いて表せ。

問 5　ピストンが距離$\frac{L}{4}$ だけ移動する間に，A 室内の気体がした仕事を，k ，L ，ΔU_B を用いて表せ。

問 6　ピストンが距離$\frac{L}{4}$ だけ移動する間に，ヒーターが A 室内の気体に与えた熱量を，k ，L ，S ，P ，T ，T_A を用いて表せ。

◆第３回　電磁気◆

＜予習用問題＞

【１】図 1，図 2 のように R_1 [Ω]，R_2[Ω]の抵抗 R_1 ， R_2 ， E [V]の電池 E ， スイッチ S ，
電気容量 C [F]のコンデンサーC ， 自己インダクタンス L [H]のコイル L を接続した。
はじめコンデンサーには電荷は蓄えられていなかったものとする。
以下の設問に答えよ。

〔Ⅰ〕図 1 において

（１）スイッチ S を閉じた直後にスイッチ S を流れる電流，コンデンサーC に蓄えられるエネルギーを求めよ。

（２）スイッチ S を閉じてから十分時間経過後，スイッチ S を流れる電流，コンデンサーC に蓄えられるエネルギーを求めよ。

（３）スイッチ S を閉じてから十分時間経過後，抵抗 R_1 ， R_2 にて単位時間当たりに発生するジュール熱をそれぞれ求めよ。

（４）（３）の後，スイッチ S を開いた直後に抵抗 R_1 を流れる電流の大きさと向き（右・左）を求めよ。

（５）（４）においてスイッチ S を開いてから十分時間経過するまでに，抵抗 R_1 にて発生したジュール熱を求めよ。

〔Ⅱ〕図 2 において

（１）スイッチ S を閉じた直後にスイッチ S を流れる電流，コイル L に蓄えられるエネルギーを求めよ。

（２）スイッチ S を閉じてから十分時間経過後，スイッチ S を流れる電流，コイル L に蓄えられるエネルギーを求めよ。

（３）スイッチ S を閉じてから十分時間経過後，抵抗 R_1 ， R_2 にて単位時間当たりに発生するジュール熱をそれぞれ求めよ。

（４）（３）の後，スイッチ S を開いた直後に抵抗 R_1 を流れる電流の大きさと向き（右・左）およびコイルに生じる誘導起電力の大きさを求めよ。

（５）（４）においてスイッチ S を開いてから十分時間経過するまでに，抵抗 R_1 にて発生したジュール熱を求めよ。

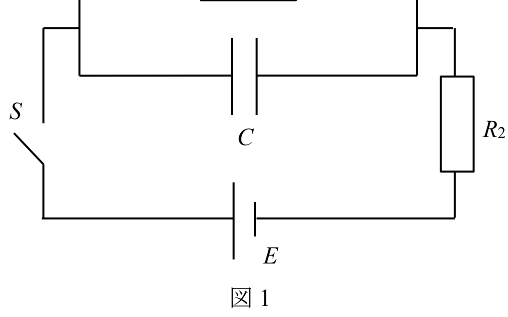


図 1

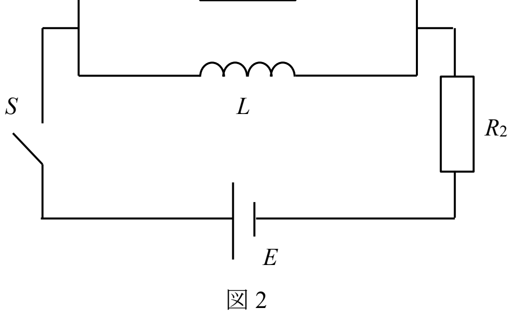
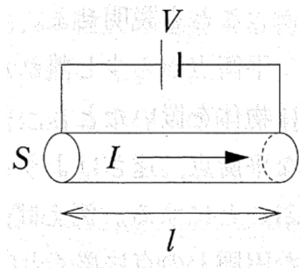


図 2

（創作問題）

【２】次の文中の$\boxed{\quad}$に入る適当な式を，｛　　｝に入る適当な語句の記号を記入し，各設問に答えよ。



図

図のように導体の両端に電圧 V を加えると導体には電流 I が流れる。この V と I は(1)式のような比例関係にあり，これをオームの法則という。

$$V = RI \qquad (1)$$

式中の比例定数 R をこの導体の抵抗といい，電流の流れにくさを表す。そこで抵抗がどのようにして生じるかを，次のようなモデルを使って考えてみよう。

金属などの導体の中には内部を比較的自由に動ける自由電子が多数存在する。導体の長さが l ，断面積が S だとすると，導体の内部には大きさが$\boxed{\text{①}}$の一様な電界が生じる。電子の電荷を $-e$ ，質量を m とすると導体中の自由電子が受ける力の大きさは$\boxed{\text{②}}$で，その向きは電界の方向と｛③ア．逆　イ．同じ　ウ．直角｝である。

最初静止していた自由電子は大きさ$\boxed{\text{④}}$の加速度で動き始めるが，導体中の原子などと衝突することなく移動できる時間は限られている。そこで衝突から次の衝突までの時間の平均値（平均自由時間）を T として，自由電子は一定の時間 T 毎に衝突を繰り返すものとする。また自由電子の速度は衝突後 0 となるものとすると，自由電子の衝突直前での速度の大きさは$\boxed{\text{⑤}}$となるが，その持っていた運動エネルギー$\boxed{\text{⑥}}$は衝突によってすべて失われる。その後自由電子は再度電界で加速される。このような衝突を繰り返すことによって自由電子の運動が妨げられ，自由電子が電界による加速によって得たエネルギーが導体中に散逸することによって抵抗が生じる。自由電子が衝突から次の衝突までに移動した距離は$\boxed{\text{⑦}}$であり，もしこの距離をある一定の速度で移動したとすれば，その速度の大きさは$\boxed{\text{⑧}}$となる。

問１　導体中にある単位体積あたりの自由電子の数を n とし，問⑧の結果を使って(1)式の抵抗の大きさ R を求めよ。

問２　問⑥の結果を使って，単位時間当たりに導体中のすべての自由電子が失う運動エネルギーの総量を求めよ。またこの自由電子が失ったエネルギーによって，導体にはどのような変化が生じるか。

電子は粒子であると同時に波動としての性質も持っている。このことを考慮した厳密な議論から導体中の原子が周期的に規則正しく配列している場合には，自由電子の運動は原子の影響をほとんど受けないことがわかっている。導体の温度を上げれば，原子はそれぞれの本来の位置からずれて不規則な方向に振動し，それによって自由電子の運動は妨げられる。

問３　これらのことを前提にして，また問１の結果を参考にして，導体では抵抗の値が温度とともに増加する理由を論ぜよ。

（2008 年　滋賀医科大）

＜演習問題＞

解答時間 55 分

【１】次の文章を読んで，問 1〜3 に答えよ。

図 1 のように真空中に直交座標軸を考えて，xーy 平面上に導線 ABC，A′B′C′を張る。（BC と B′C′は十分長く平行であり，$\mathrm{BB'} = x_0$[m]，AA′は十分に小さいものとする。）その上をx軸と平行に置かれた金属棒 DD′がy軸方向になめらかに平行移動できるようになっている。（x軸と金属棒の距離をy[m]とする。）さらに，z 軸方向に一様な磁界（磁場）を加える。その磁束密度B[Wb/m^2]は時間t[s]に関して図 2 に示すような変化をする（$B_0 > 0$）。ここで，$0 < t_1 = t_3 - t_2$，　$0 < t_2 - t_1 = t_4 - t_3$とする。また，金属棒，導線およびその接触部分の電気抵抗は無視できるものとする。以下では，A′に対する A の電圧をV[V]とする。なお，解答は結果とともにその導き方の要点を示せ。

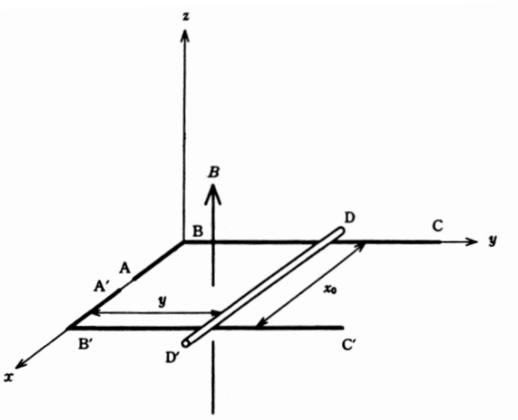


図　1

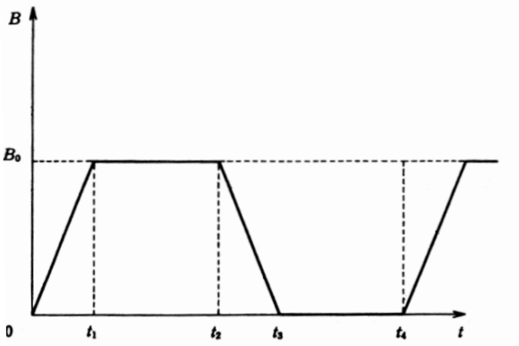


図　2

問 1　金属棒を $y = y_0$ に固定し，磁束密度を図 2 のように変化させたときの電圧V[V]を$0 \leqq t \leqq t_4$の範囲に対して求めよ。また，その電圧を図 3 に図示せよ。

問 2　磁束密度を図 2 のように変化させながら金属棒を移動させる場合を考える。まず，時刻t_1まで$y = y_0$の位置にあった金属棒を，時刻t_1に一定の速さv_0[m/s]でy軸の正の向きに移動させ，時刻t_2において止める。さらに，時刻t_3から時刻t_4まで金属棒を一定の速さv_0[m/s]でy軸の負の向きに移動させ，時刻t_4で金属棒を$y = y_0$の位置にもどすものとする。このときの電圧V[V]を$0 \leqq t \leqq t_4$の範囲に対して求めよ。また，その電圧を図 4 に図示せよ。ただし，$y_0 < v_0 t_1$ とする。

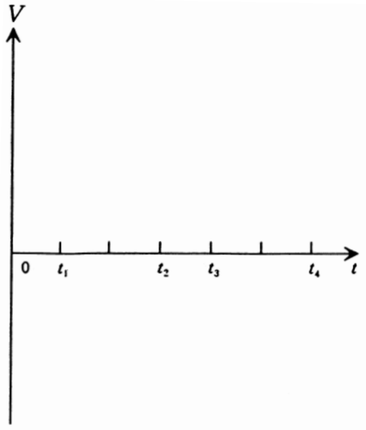


図　3

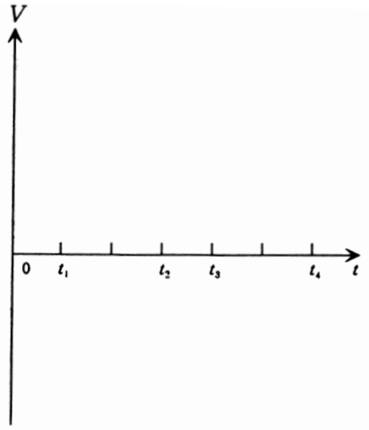


図　4

問 3　問 2 において，A と A′の間に抵抗値 $R[\Omega]$の電気抵抗を接続した場合について考える。$t_1 \leqq t \leqq t_2$，$t_3 \leqq t \leqq t_4$のそれぞれの範囲について金属棒にはたらく力の大きさ，および金属棒を移動させるのに要する仕事を求めよ。ただし，回路の自己誘導および重力の影響は無視してよい。

（1997 年　神戸大）

【２】図１のように自己インダクタンス L [H]のソレノイドコイル，電気容量 C [F]のコンデンサーからなる電気回路を電圧 V_0 [V]の直流電源に接続する。スイッチ S_1 と S_2 は，はじめ開けておく。$\boxed{}$内にあてはまる式を入れて文章を完成せよ。また，問いに答えよ。ただし，回路の電気抵抗は無視する。

(a)　スイッチ S_1 を閉じてコンデンサーを充電すると，コンデンサーの端子 A 側の極板上の電荷 Q_0 [C]は $Q_0 = \boxed{\text{ア}}$ [C]となる。このときコンデンサーに蓄えられる静電エネルギー U [J]は C と Q_0 を用いて $U = \boxed{\text{イ}}$ [J]と表される。

(b)　次にスイッチ S_1 を開けて S_2 を閉じると，コイルに電流が流れる。
自己インダクタンス L [H]のコイルに電流 I [A]が流れているとき，コイルには $E = \dfrac{1}{2}LI^2$ [J]のエネルギーが蓄えられる。コンデンサーの端子 A 側の極板上の電荷が Q [C]であるとき，コイルを流れる電流が I [A]であるとすると，全体のエネルギーが保存されることより，Q_0，Q，I の間には $\boxed{\qquad\text{ウ}\qquad}$ …(1)
の関係が成り立つ。微小時間 Δt[s]の間の電荷 Q の変化量を ΔQ[C]とすると，コイルを流れる電流 I は $I = \boxed{\text{エ}}$ [A]　…(2)　と表される。ただし，電流は ABCD の順に流れる場合を正とする。

　一般に，ある物理量 y が時間 t の関数として $y = a\cos(\omega t + \alpha)$（$a$ ，ω，α は定数）と表されるとき，微小時間 Δt の間の y の変化量 Δy と Δt の間には

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = -a\omega\sin(\omega t + \alpha) \quad \cdots(3)$$

の関係がある。

　コンデンサーの極板上の電荷 Q の時間変化を求めるにあたって，$Q = Q_0\cos\omega t$ とおき，式(2)と(3)を用いると，$\omega = \boxed{\text{オ}}$ [rad/s]の場合に，Q は式(1)を満足することがわかる。これは，コンデンサーの極板上の電荷 Q が，周期 $T = \boxed{\text{カ}}$ [s]で振動することを意味している。この場合に，コイルを流れる最大電流 I_0 [A]は，コンデンサーの充電電圧 V_0 を用いて $I_0 = \boxed{\text{キ}}$ [A]と表される。

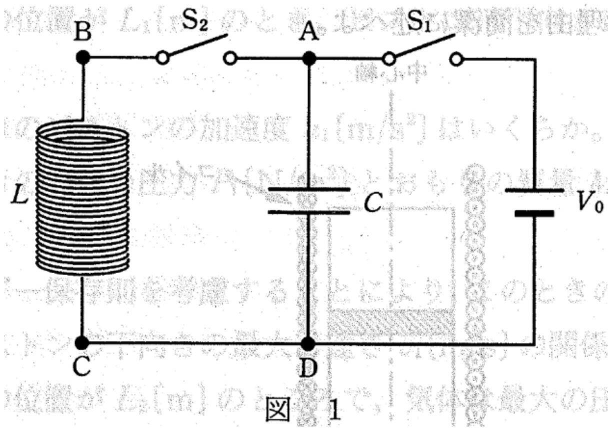


図　1

(c)　コイルが断面積 S [m^2]，長さ ℓ [m]，巻き数 N 回の一様な空芯ソレノイドコイルであるとき，以下の手順でコイルの自己インダクタンス L を求めて，コイル内に発生する最大磁束密度 B_0 [Wb/m^2]を見積もってみる。コイルを無限に長いソレノイドコイルのように考えると，コイルに電流 I [A]が流れているとき，コイル内部の磁束密度 B [Wb/m^2]は空気の透磁率 μ [H/m]を用いて $B=$ $\boxed{\text{ク}}$ [Wb/m^2]と表される。微小時間 Δt の間の電流 I の変化量を ΔI [A]，コイルを通過する磁束 $\Phi = BS$ [Wb]の変化量を $\Delta\Phi$ [Wb]とすると，単位時間あたりの電流の変化量 $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ [A/s]と磁束の変化量 $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ [Wb/s]との間の関係は $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} =$ $\boxed{\text{ケ}}$ [Wb/s]となる。コイル全体に生じる誘導起電力 V_1 [V]と巻き数 N および $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ との間には $V_1 =$ $\boxed{\text{コ}}$ [V]の関係がある。また，この V_1 と $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ との間には $V_1 =$ $\boxed{\text{サ}}$ [V]の関係がある。したがって，コイルの自己インダクタンス L は $L =$ $\boxed{\text{シ}}$ [H]と求められる。この結果と(b)で求めた最大電流 I_0 より，コンデンサーの充電電圧 V_0 と最大磁束密度 B_0 の関係は $B_0 =$ $\boxed{\text{ス}}$ [Wb/m^2]と求められる。

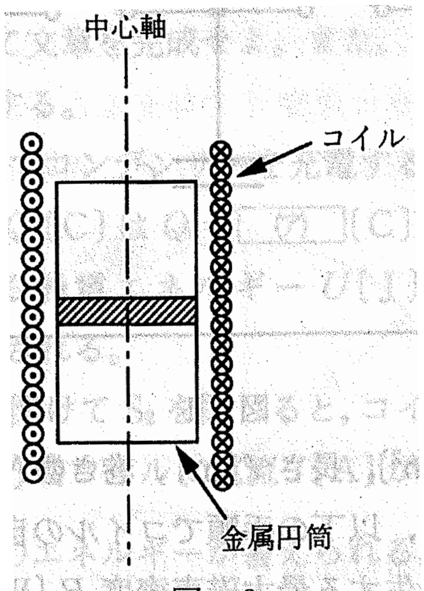


図　2

(d)　電気抵抗の小さな金属でできた円筒（長さはソレノイドコイルの長さよりも短い）を，中心軸がソレノイドコイルの中心軸に一致するようにコイルの中心にあらかじめ入れておく（図 2 参照)。スイッチ S_2 を閉じた瞬間からコイルを流れる電流が最大になるまでの間に，金属円筒側面の中心部分（図 2 の斜線部分）にはどのような力が働くか。力の方向と向きを与え，その理由を簡潔に述べよ。

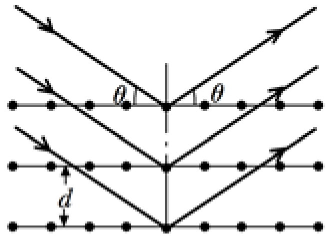
（1998 年　東京工業大）

◆第４回　総合演習◆

＜予習用問題＞

【１】次の文中の$\boxed{\quad}$のうち，（ア）～（カ）には文字，または数字を，(a)～(e)には式を入れよ。

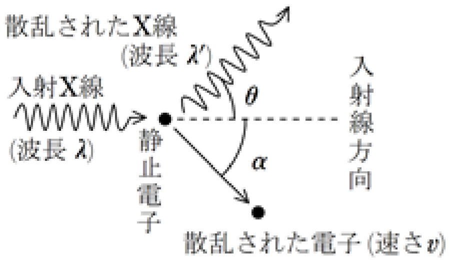
X 線は可視光より波長の$\boxed{\text{ア}}$電磁波，すなわち，エネルギーの$\boxed{\text{イ}}$光子で，波動性と粒子性の観測が容易である。1 図に示すように，結晶内で規則正しく並んでいる原子を含む平行平面（間隔 d ）に，波長λ の X 線が，その平面に角θ をなして入射するとき，原子によって散乱され，$\boxed{\text{ウ}}$して，特定方向に強調され，写真乾板上にラウエ斑点として記録される。これをブラッグの反射条件といい，$\boxed{\text{a}}$（ただし，$n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）と表される。したがって，λ は d と，ほぼ，同程度の長さが必要である。たとえば，最短波長が 3.0×10^{-11}m ぐらいの X 線が結晶構造解析に利用されるとすると，加速電子が金属と衝突して発生する連続 X 線の最短波長λ_0[m]と，X 線管の加速電圧 V [V]，光の速さ c，プランク定数 h，電子の電荷 e との関係式，$\boxed{\text{b}}$から加速電圧は$\boxed{\text{エ}}$[kV]程度と見積もられる。



1 図

ただし，$c = 3.0\times10^{8}$ m/s ，$h = 6.6\times10^{-34}$J・s ，$e = 1.6\times10^{-19}$C とする。

X 線をエネルギー$\boxed{\text{オ}}$，運動量$\boxed{\text{カ}}$をもつ粒子（光子）の流れと考えることができる。この粒子が物質内原子中の電子（質量 m_e ，静止しているとしてよい）と衝突して，電子にエネルギーの一部を与え（電子の速さ：$0 \rightarrow v$ ，散乱角α），光子のエネルギーが減少し，散乱された X 線の波長が長くなる（$\lambda \rightarrow \lambda'$，光子の散乱角$\theta$ ，2 図参照）。これをコンプトン効果といい，衝突の際には，



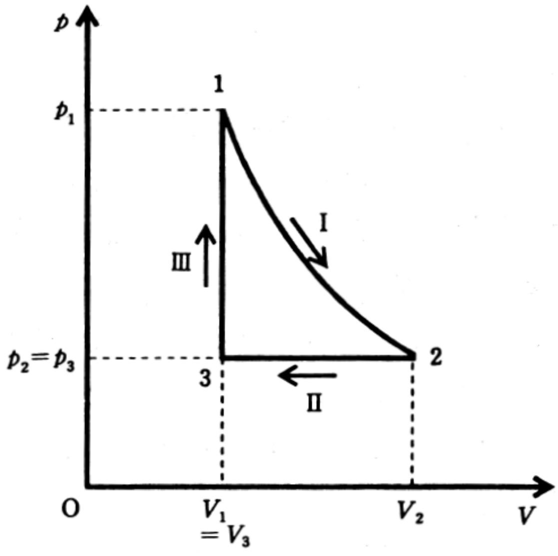
2 図

エネルギー保存の法則；$\boxed{\text{c}}$と

運動量保存の法則；X 線入射方向に$\boxed{\text{d}}$，入射に垂直な方向に$\boxed{\text{e}}$が成りたつ。

（1995 年　大阪府立大）

【２】次の文章を読んで，問 1～5 に答えよ。



図

1 モルの単原子分子の理想気体について考える。この気体の状態を，圧力p[N/m^2]，体積V[m^3]，温度T[K]とし，気体定数をR[J/mol･K]とすると，これらの間には$\boxed{\text{ア}}$の関係がある。

一般に，気体に外から加えられた熱量をΔQ [J]，その気体が外部になした仕事量をΔW [J]，その気体の内部エネルギーの増加をΔU [J]とすると，これらの間には$\boxed{\text{イ}}$の関係がある。これは$\boxed{\text{ウ}}$法則と呼ばれ，熱力学におけるエネルギー保存則である。

いま，1 モルの理想気体が滑らかに動くピストンのついたシリンダーに入っている。図のように，状態 1 から出発して，2，3 を経て 1 に戻るサイクルを考える。状態 1，2，3 における（圧力，体積，温度）をそれぞれ，(p_1，V_1，T_1)，(p_2，V_2，T_2)，(p_3，V_3，T_3）とする。Ｉの過程は断熱変化，Ⅱの過程は定圧変化，Ⅲの過程は定積変化である。したがって，$V_3 = V_1$，$p_3 = p_2$である。各過程における状態の変化はゆるやかで，つねに平衡状態が保たれていると考えてよい。

断熱過程では，$pV^{\gamma} = a$（一定）の関係が成立する。ここで，$\gamma = C_{\mathrm{p}}/C_{\mathrm{v}}$は比熱比と呼ばれ，$C_{\mathrm{p}}$[J/mol･K]は定圧モル比熱，$C_{\mathrm{v}}$[J/mol･K]は定積モル比熱である。さらに，理想気体では$C_{\mathrm{p}} = C_{\mathrm{v}} + R$の関係が成立している。

問 1　上の文中の$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ウ}}$を適当な式または語句で埋めよ。

問 2　Ｉ，Ⅱ，Ⅲの過程において，気体が吸収した熱量ΔQ [J]と気体が外部に対してなした仕事量ΔW [J]を，T_1，T_2，T_3，R，γ，C_{p}，C_{v}を用いて表せ。ただし，過程Ｉにおける仕事量は，

$$\Delta W \;=\; \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} aV^{-\gamma}\, dV = \frac{a}{1-\gamma}\left[V^{1-\gamma}\right]_{V_1}^{V_2}$$

$$= \frac{a}{1-\gamma}\left(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}\right) = \frac{R}{1-\gamma}(T_2 - T_1)$$

であることがわかっている。

問 3　上のサイクルを一巡したときに，気体の内部エネルギーの変化が 0 になることを，問 2 の結果を利用して示せ。

問 4　図のＩ，Ⅱ，Ⅲの線で囲まれた面積はどのような物理量を表すかを述べよ。

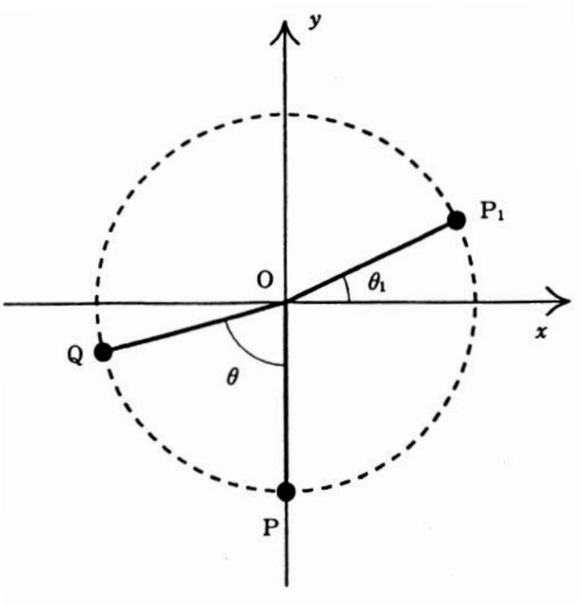
問 5　このサイクル（1→2→3→1）全体で，気体は熱を吸収するか，放出するか，または，吸収も放出もしないか，理由をつけて答えよ。

（1998 年　神戸大）

＜演習問題＞

解答時間 55 分

【１】以下の問題では，糸は伸び縮みせずその質量は無視できるものとする。また，重力加速度の大きさを g [m/s^2]で表し，空気の抵抗は考えない。



図

問 1　長さ R [m]の糸で質量 M [kg]の小球が支点 O からつりさげられている振り子を考える。以下では図に示すように，点 O を原点，鉛直上方を y 軸，それに直交する方向を x 軸とする座標系を考え，小球は xy 平面内のみで運動するものとする。また，xy 平面上の点の位置は x 座標と y 座標の組$(x,\ y)$で表すことにする。

(a)　点 P(0 ，$-R$)が小球で静止しているときに，小球には重力以外にどのような力が働いているか。また，小球に働く重力の反作用は何か。

(b)　点 Q $(-R\sin\theta\ ,\ -R\cos\theta)\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$の位置から小球を静かに放した場合に，小球が点 P に到達した時の速さ V [m/s]およびそのときの糸の張力の大きさ S [N]はいくらか。

(c)　点 P で静止している小球に x 軸の正の方向に大きさ V_0 [m/s]の初速度を与えたところ，小球が点 P_1 $(R\cos\theta_1, R\sin\theta_1)\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$に達したときに糸の張力が 0 となった。初速 V_0 [m/s]および点 P_1 に達したときの小球の速さ V_1 [m/s]を求めよ。
点 P_1 に達した後の小球は，点 O を中心とする半径 R の円軌道から外れ，その後再び円周上のある点 P_2 に達した。点 P_1 から点 P_2 にいたる小球の運動の軌跡上の任意の点を$(X,\ Y)$で表すとき，X [m]と Y [m]を時間 t [s]の関数として表せ。ただし，小球が点 P_1 を離れた時刻を $t=0$ とする。

問 2　問 1 で考えた振り子を鉛直方向に動くことのできるエレベータ内に設置してエレベータを下降させる場合を考える。

(a)　大きさα [m/s^2]の加速度（$\alpha < g$）で下降するエレベータ内で振り子を単振動させた場合，その振動数f [Hz]はいくらになるか。

(b)　次に，エレベータを自由落下させる場合を考える。問 1 の(b)で

(i)　点 Q で小球を静かに放した瞬間に自由落下を開始させた場合

(ii)　小球が点 P に到達した瞬間に自由落下を開始させた場合

のそれぞれについて，エレベータと一緒に動く観察者から見て，その後小球はどのようにふるまうか理由をつけて説明せよ。

（1999 年　大阪大）

【２】次の文章を読んで，問 1～4 に答えよ。解答の導出過程も示せ。文中に与えられた物理量の他に解答に必要な物理量があれば，それを表す記号はすべて各自が定義し，解答欄に明示せよ。

図 1(a)のように，レーザー光線を回折格子に対して垂直に入射させたところ，回折格子を中心とする半円筒形のスクリーン上に明点が現れた。スクリーンに現れる明点の位置によって，光が回折して強めあう方向が，入射方向に対する角θ として測定できるようになっている。点 O は$\theta = 0°$ の方向のスクリーン上の点である。図 1(b)は，回折格子を拡大した図である。この回折格子は，平行な平面をもつガラス板でできており，α 面はなめらかな平面であり，β面には一定の間隔 d で多数の平行な細い溝が刻まれている。ただし，細い溝は紙面に対して垂直である。

はじめに，空気（屈折率 1）中から波長λ の赤色のレーザー光線をガラス板のα面に垂直に入射させた。β面から入射方向に対して角θ（$0° \leqq \theta < 90°$）の方向に向かう回折光について考える。

問 1　β面から入射方向に対して角θ（$0° \leqq \theta < 90°$）の方向に回折した光が強め合うための条件式を，0 以上の整数 m（$m = 0$，1，2，…）を用いて表せ。

問 2　入射させるレーザー光線を青色のレーザー光線に変えると，赤色の場合に比べて明点の位置はどうなるか。$m = 0$ と $m = 1$ の場合について，理由をつけてそれぞれ説明せよ。

次に，図 2 のように，ガラス板を裏返して図 1(a)と同じ位置に置き，波長λの赤色のレーザー光線をガラス板のβ面に垂直に入射させた。このとき，入射方向に対して角θ（$0° \leqq \theta < 90°$）の方向に回折して強め合った光がα面で屈折し，屈折角ϕで出てくる場合を考える。ただし，ガラス板の厚さは装置全体に対して十分に薄いので図 2 の距離δは無視できるほど小さく，円筒スクリーンの明点の位置によって角ϕが測定できるものとする。

問 3

（1）ガラス板での光の波長を表せ。また，屈折角ϕと角θとの間に成り立つ関係式を表せ。

（2）β面から入射方向に対して角θ（$0° \leqq \theta < 90°$）の方向に回折した光がガラス板内で強め合うための条件式を，0 以上の整数 m（$m = 0$，1，2，…）を用いて表せ。

（3）角θがある値より大きくなると，β面で回折した光がα面から空気中へ出てこなくなる。回折した光がα面から空気中に出てくるための角θの条件を表せ。

問 4　$d = 1.1\times10^{-6}$[m]，ガラスの屈折率を 1.5 として以下の問いに答えよ。

（1）波長$\lambda = 6.6\times10^{-7}$[m]のレーザー光線を用いた場合，スクリーン上の OA 間で，20° ≦ ϕ≦60° の範囲内に現れる明点の個数を求めよ。必要があれば右表の数値を用いよ。

（2）波長$\lambda' = 4.4\times10^{-7}$[m]のレーザー光線に変えた場合，スクリーン上の OA 間で，20° ≦ ϕ≦60° の範囲内に現れる明点の個数を求めよ。ただし，ガラスの屈折率は波長によって変化しないものとする。

$\sin\phi$	ϕ
0.1	5.74°
0.2	11.5°
0.3	17.5°
0.4	23.6°
0.5	30.0°
0.6	36.9°
0.7	44.4°
0.8	53.1°
0.9	64.2°

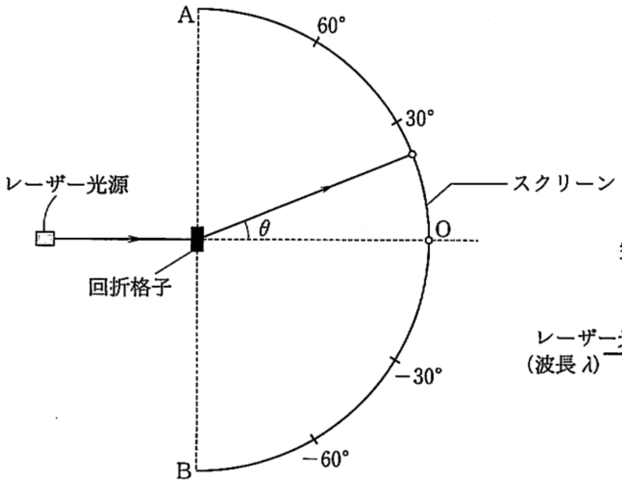


図 1 −(a)

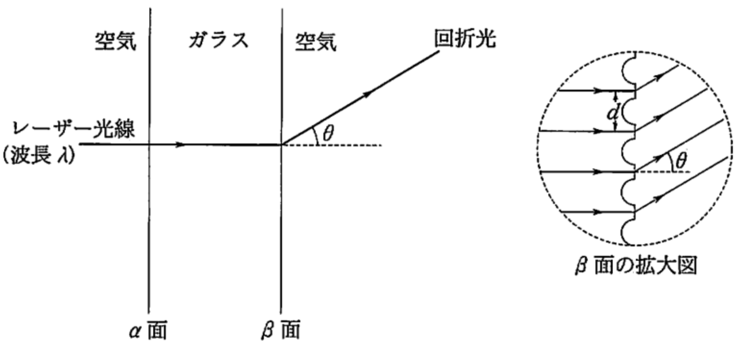


図 1 −(b)

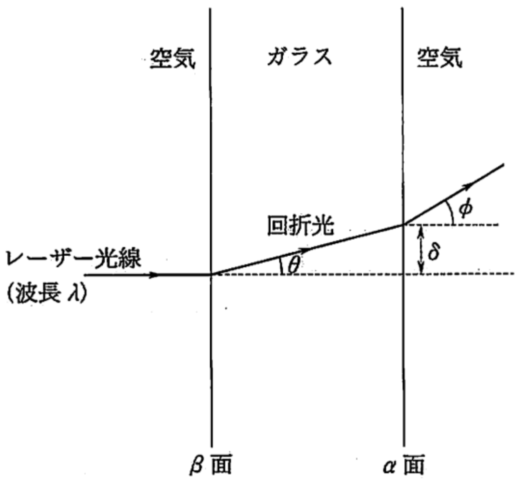


図 2

【３】原子核の変換は，最初，空気中の窒素の原子核とα粒子との衝突で見つかった。このことについて，以下の問いに答えよ。ただし，陽子の質量 = 1.00728u，中性子の質量 = 1.00866u，α粒子の質量 = 4.0015u，窒素の原子核${}^{14}_{7}\mathrm{N}$の質量 = 13.9992u とし，1u = 1.66×10^{-27}kg，真空中の光の速さ = 3.00×10^{8}m/s として，（５）は有効数字 6 桁で，数値を必要とするその他の問いは有効数字 2 桁で答えよ。

（１）α粒子は何の原子核か。元素名を述べよ。

（２）α粒子の核子 1 個当たりの結合エネルギーは何 J か。

（３）原子核のこの変換の核反応式を以下のように書くと，X は何の原子核か。元素名を述べよ。また，n ，m はいくらか。

$$ {}^{14}_{7}\mathrm{N}+\alpha \longrightarrow {}^{m}_{n}\mathrm{X}+\mathrm{p} $$

（４）この原子核反応が起きるためにはα粒子が大きな運動エネルギーをもっていなければならないが，その理由を 50 字以内で簡潔に説明せよ。

（５）${}^{m}_{n}\mathrm{X}$ の質量欠損は 0.1415u である。${}^{m}_{n}\mathrm{X}$ の質量は何 u か。

（1998 年　横浜国立大）