

1

$a$  は実数とする。曲線  $y=e^x$  上の各点における法線のうちで、点  $P(a, 3)$  を通るものの個数を  $n(a)$  とする。  $n(a)$  を求めよ。

2

(1)  $a$  を 1 より大きい実数とする。0 以上の任意の実数  $x$  に対して、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\log 2 + \frac{x}{2} \log a \leq \log(1+a^x) \leq \log 2 + \frac{x}{2} \log a + \frac{x^2}{8} (\log a)^2$$

ただし、対数は自然対数である。

(2)  $n=1, 2, 3, \dots$  に対して  $a_n = \left(\frac{1+\sqrt[n]{3}}{2}\right)^n$  とおく。(1) の不等式を用いて、極限

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

3

(1)  $\cos 3\theta = f(\cos \theta)$ ,  $\cos 4\theta = g(\cos \theta)$  となる 3 次式  $f(x)$  と 4 次式  $g(x)$  を求めよ。

(2)  $\alpha = \frac{360^\circ}{7}$  とする。 $\cos 3\alpha = \cos 4\alpha$  を示し、整数を係数にもつ 3 次式  $P(x)$  で

$P(\cos \alpha) = 0$  となるものを 1 つ求めよ。

(3)  $\cos \frac{360^\circ}{7}$  の小数第 1 位の値を求めよ。