

1

次の2つの条件を同時に満たす整数  $a, b$  の組  $(a, b)$  をすべて求めよ。

- (A) 2次方程式  $X^2 + aX + b = 0$  の2つの解がともに2以上の整数である。  
(B) 不等式  $3a + 2b \leq 0$  が成り立つ。

2

中心  $O$ 、半径1の円の円周上の2点を  $P, Q$  とし、 $\angle POQ = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とする。

$P$  における円の接線と直線  $OQ$  との交点を  $R$ 、 $P$  から  $OQ$  に下ろした垂線の足を  $H$  とし、弧  $\widehat{PQ}$  と線分  $PH, HQ$  で囲まれる部分を  $D$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $\triangle OPR$  の面積  $S_1$  と  $D$  の面積  $S_2$  に対して  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S_2}{S_1}$  を求めよ。  
(2)  $OR$  を軸として  $\triangle OPR$  を回転させてできる立体の体積  $V_1$  と  $D$  を回転させてできる立体の体積  $V_2$  に対して  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{V_2}{\theta^2 V_1}$  を求めよ。

3

$a > 1$  のとき、2次方程式  $ax^2 - 2x + a = 0$  の2つの解を表す複素数平面上の点を  $A, B$  とし、2次方程式  $x^2 - 2ax + 1 = 0$  の2つの解を表す複素数平面上の点を  $C, D$  とする。このとき、4点  $A, B, C, D$  は同一円周上にあることを証明せよ。