

1

$\vec{0}$ でない2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} が垂直であるとする。 $\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} + 3\vec{b}$ のなす角を θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とする。

- (1) $|\vec{a}| = x$, $|\vec{b}| = y$ とするとき, $\sin^2 \theta$ を x , y を用いて表せ。
- (2) θ の最大値を求めよ。

2

a , b を実数, p を素数とし, $1 < a < b$ とする。

- (1) x , y , z を0でない実数とする。 $a^x = b^y = (ab)^z$ ならば $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ であることを示せ。
- (2) m , n を $m > n$ を満たす自然数とし, $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{p}$ とする。 m , n の値を p を用いて表せ。
- (3) m , n を自然数とし, $a^m = b^n = (ab)^p$ とする。 b の値を a , p を用いて表せ。

3

1つのさいころを投げて, 数直線上の点 Q を次のルールに従って動かすゲームを考える。

- ・ 1, 2, 3のいずれかの目が出た場合, Q を正の向きに1だけ動かす。
- ・ 4または5の目が出た場合, Q を負の向きに1だけ動かす。
- ・ 6の目が出た場合, Q を動かさない。

さいころを繰り返し投げて, Q の座標が初めて n または $-n$ になった時点でゲームを終了する。ただし, Q は最初に原点の位置にあるとし, n は2以上の自然数とする。自然数 k に対して, さいころを k 回投げた時点でゲームが終了する確率を $P(k)$ とおく。

- (1) $P(n)$ を求めよ。
- (2) $P(n+1)$ を求めよ。
- (3) $P(n+2)$ を求めよ。