

1

A市の科学館の入館料は1人400円であるが、30人をこえる団体の場合、30人をこえる分については1人あたりの入館料が1割引きとなる。ある団体が入館したとき、入館料の合計金額は、同じ人数で1人あたり390円支払う場合より安くなった。この団体の人数は、最も少なくして何人が答えなさい。

2

$x$ についての不等式  $\frac{3x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} < \frac{2a-5}{6}$  の解が、 $x < -2$  に含まれるように、 $a$ の値の範囲を定めなさい。

3

次の連立不等式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 2-0.5x > 1-0.2(2x+1) \\ 0.5(x+3)-0.2(6-x) < 1 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x-0.2(x-2) \geq 1.5x-0.8 \\ 0.5(x-3)-0.25(3x-2) \geq 0 \end{cases}$$

4

次の連立不等式を解きなさい。

$$(1) \frac{x}{2} + \frac{2}{3} < x-1 \leq \frac{x-4}{3} \quad (2) -1 \leq \frac{-2x+3}{3} \leq 2$$

5

15%の食塩水と9%の食塩水を混ぜ合わせて、600gの食塩水を作る。できた食塩水に含まれる食塩の重さを75g以上81g以下にするには、15%の食塩水は何g以上何g以下にすればよいか答えなさい。

6

あるグループで、鉛筆を1人に4本ずつ配ると19本余り、1人に6本ずつ配ると最後の人は4本以上不足する。用意していた鉛筆の本数を求めなさい。

7

$x$ を小数第1位で四捨五入すると、5になった。このとき、 $\frac{8x-1}{4}$ のとりうる値の範囲を求めなさい。ただし、小数で答えなさい。

8

$x$ についての連立不等式  $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{1}{10} \geq \frac{x+1}{2} \\ 2x-1 > 2a \end{cases}$  を満たす整数  $x$ の個数が、ちょうど5個であるような  $a$ の値の範囲を求めなさい。

9

次にあげる  $x$ と  $y$ の関係を表した式のうち、 $y$ が  $x$ に比例するものには○を、比例しないものには×をつけなさい。また、比例するものについては、比例定数をいいなさい。

$$\begin{array}{llll} \text{① } y=2x & \text{② } y=-5x & \text{③ } y=x+4 & \text{④ } 3x+y=-2 \\ \text{⑤ } y=\frac{2}{x} & \text{⑥ } y=\frac{x}{10} & \text{⑦ } \frac{y}{x}=-1 & \text{⑧ } \frac{x}{5}=-\frac{y}{3} \end{array}$$

10

次にあげる  $x$ と  $y$ の関係を表した式のうち、 $y$ が  $x$ に反比例するものには○を、反比例しないものには×をつけなさい。また、反比例するものについては、比例定数をいいなさい。

$$\begin{array}{llll} \text{① } y=\frac{8}{x} & \text{② } y=\frac{-6}{x} & \text{③ } y=\frac{x}{12} & \text{④ } 3xy=15 \\ \text{⑤ } y=\frac{4}{x}+1 & \text{⑥ } y=\frac{2}{x-3} & \text{⑦ } x=\frac{-7}{y} & \text{⑧ } 2=\frac{8}{xy} \end{array}$$

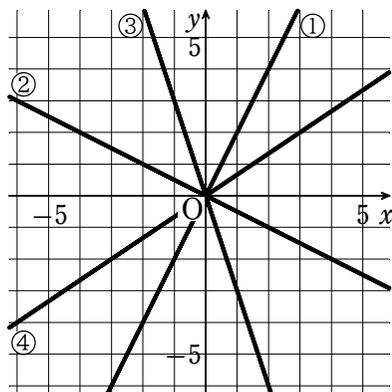
11

2点  $A(3a-2, b+3)$ ,  $B(-a+6, 3b-7)$  がある。次の条件を満たす  $a, b$  の値を求めなさい。

- (1) 2点  $A, B$  が  $x$  軸に関して対称である。
- (2) 2点  $A, B$  が原点に関して対称である。
- (3)  $A$  を右へ3, 下へ2だけ移動すると  $B$  に重なる。
- (4) 線分  $AB$  の中点の座標が  $(-3, 4)$  となる。

12

右の図の直線①～④は、比例のグラフである。それぞれについて、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。



13

比例の式  $y=4x$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の値域が  $0 \leq y \leq 8$  であるとき、 $a$  の値を求めなさい。

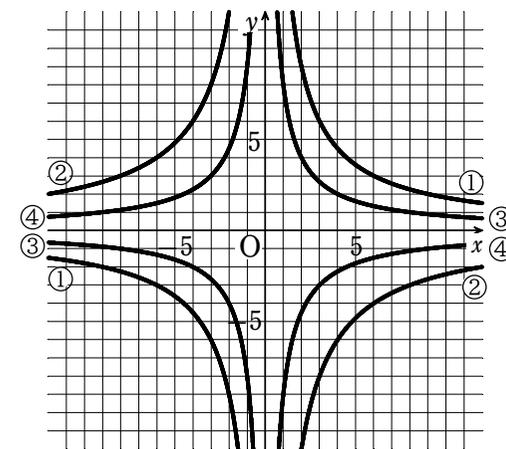
14

次の問いに答えなさい。

- (1)  $2y+1$  は  $x-1$  に比例し、 $x=3$  のとき  $y=-2$  である。  
 ①  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。      ②  $y=4$  となる  $x$  の値を求めなさい。
- (2)  $y$  は  $x+3$  に反比例し、 $x=2$  のとき  $y=4$  である。 $x=7$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

15

右の図の曲線①～④は、反比例のグラフである。それぞれについて、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。



- ① は点  $(2, 9)$  を通る。
- ② は点  $(6, -4)$  を通る。
- ③ は点  $(4, 2)$  を通る。
- ④ は点  $(-3, 3)$  を通る。

16

$y$  は  $x$  に反比例し、 $x=3$  のとき  $y=2$  である。定義域が  $x < -2$  であるとき、値域を求めなさい。

17

反比例  $y = \frac{a}{x}$  ( $a$  は定数) について、定義域が  $3 \leq x \leq 8$  であるとき、値域は  $\frac{3}{2} \leq y \leq b$  となる。 $a, b$  の値を求めなさい。

18

比例  $y=3x$  と反比例  $y = \frac{3}{x}$  に共通する性質を、次の①～⑤の中からすべて選びなさい。

- ① グラフが原点を通る。
- ② 比例定数は3である。
- ③ 積  $xy$  が一定である。
- ④  $x > 0$  の範囲で  $x$  が増加するとき、 $y$  も増加する。
- ⑤ グラフは原点に関して対称である。

1

解答 41人

2

解答  $a \leq -11$

3

解答 (1)  $x < 1$  (2)  $x = -4$

4

解答 (1) 解はない (2)  $-\frac{3}{2} \leq x \leq 3$

5

解答 350g以上450g以下

6

解答 67本

7

解答  $8.75 \leq \frac{8x-1}{4} < 10.75$

8

解答  $-\frac{15}{2} \leq a < -\frac{13}{2}$

9

解答 ① ○ 比例定数は2 ② ○ 比例定数は-5 ③ × ④ ×

⑤ × ⑥ ○ 比例定数は  $\frac{1}{10}$  ⑦ ○ 比例定数は-1

⑧ ○ 比例定数は  $-\frac{3}{5}$

10

解答 ① ○ 比例定数は8 ② ○ 比例定数は-6 ③ ×

④ ○ 比例定数は5 ⑤ × ⑥ × ⑦ ○ 比例定数は-7

⑧ ○ 比例定数は4

11

解答 (1)  $a=2, b=1$  (2)  $a=-2, b=1$

(3)  $a=\frac{5}{4}, b=4$  (4)  $a=-5, b=3$

12

解答 ①  $y=2x$  ②  $y=-\frac{1}{2}x$  ③  $y=-3x$  ④  $y=\frac{2}{3}x$

13

解答  $a=2$

14

解答 (1) ①  $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$  ② -5 (2) 2

15

解答 ①  $y=\frac{18}{x}$  ②  $y=-\frac{24}{x}$  ③  $y=\frac{8}{x}$  ④  $y=-\frac{9}{x}$

16

解答  $-3 < y < 0$

17

解答  $a=12, b=4$

18

解答 ②, ⑤

1

解説

$x > 30$  として、団体の人数を  $x$  人 とすると

$$400 \times 30 + 400 \times 0.9 \times (x - 30) < 390x$$

$$12000 + 360x - 10800 < 390x$$

$$-30x < -1200$$

$$x > 40$$

よって、最も少なくて41人。これは問題に適している。

2

解説

不等式  $\frac{3x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} < \frac{2a-5}{6}$  を解くと

$$3(3x-1) + 2(2x+1) < 2a-5$$

$$9x-3+4x+2 < 2a-5$$

$$13x < 2a-4$$

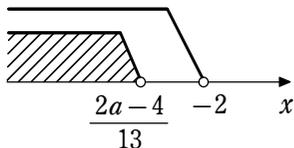
$$x < \frac{2a-4}{13}$$

よって  $\frac{2a-4}{13} \leq -2$

$$2a-4 \leq -26$$

$$2a \leq -22$$

したがって  $a \leq -11$



3

解説

$$(1) \begin{cases} 2-0.5x > 1-0.2(2x+1) & \dots\dots ① \\ 0.5(x+3)-0.2(6-x) < 1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に10をかけると  $20-5x > 10-2(2x+1)$

$$20-5x > 10-4x-2$$

$$-x > -12$$

$$x < 12 \quad \dots\dots ③$$

②の両辺に10をかけると  $5(x+3)-2(6-x) < 10$

$$5x+15-12+2x < 10$$

$$7x < 7$$

$$x < 1 \quad \dots\dots ④$$

③, ④の共通範囲を求めて  $x < 1$

$$(2) \begin{cases} 2x-0.2(x-2) \geq 1.5x-0.8 & \dots\dots ① \\ 0.5(x-3)-0.25(3x-2) \geq 0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に10をかけると  $20x-2(x-2) \geq 15x-8$

$$20x-2x+4 \geq 15x-8$$

$$3x \geq -12$$

$$x \geq -4 \quad \dots\dots ③$$

②の両辺に4をかけると  $2(x-3)-(3x-2) \geq 0$

$$2x-6-3x+2 \geq 0$$

$$-x \geq 4$$

$$x \leq -4 \quad \dots\dots ④$$

③, ④の共通範囲を求めて  $x = -4$

4

解説

(1)  $\frac{x}{2} + \frac{2}{3} < x-1 \leq \frac{x-4}{3}$  は次のように表すことができる。

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{3} < x-1 & \dots\dots ① \\ x-1 \leq \frac{x-4}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①より  $3x+4 < 6x-6$

$$-3x < -10$$

$$x > \frac{10}{3} \quad \dots\dots ③$$

②より  $3x-3 \leq x-4$

$$2x \leq -1$$

$$x \leq -\frac{1}{2} \quad \dots\dots ④$$

③, ④は共通範囲をもたないから、解はない。

(2)  $-1 \leq \frac{-2x+3}{3} \leq 2$

$$-3 \leq -2x+3 \leq 6$$

$$-6 \leq -2x \leq 3$$

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

5

解説

15%の食塩水を  $x$  g 混ぜるとすると

$$75 \leq x \times \frac{15}{100} + (600 - x) \times \frac{9}{100} \leq 81$$

$$7500 \leq 15x + 9(600 - x) \leq 8100$$

$$7500 \leq 15x + 5400 - 9x \leq 8100$$

$$2100 \leq 6x \leq 2700$$

$$350 \leq x \leq 450$$

よって、350 g 以上 450 g 以下。これは問題に適している。

6

解説

グループの人数を  $x$  人とする。

用意していた鉛筆の本数は  $(4x + 19)$  本

よって、1人に6本ずつ配るとき、最後の人がもらう鉛筆の本数は

$$(4x + 19) - 6(x - 1) = -2x + 25 \text{ (本)}$$

最後の人がもらう鉛筆の本数は、2本以下であるから  $0 \leq -2x + 25 \leq 2$

$$-25 \leq -2x \leq -23$$

$$\frac{23}{2} \leq x \leq \frac{25}{2}$$

グループの人数は自然数であるから  $x = 12$

したがって、用意していた鉛筆の本数は

$$4 \times 12 + 19 = 67 \text{ より } 67 \text{ 本}$$

これは問題に適している。

7

解説

$x$  を小数第1位で四捨五入すると5になるから  $4.5 \leq x < 5.5$

各辺に8をかけて  $36 \leq 8x < 44$

この式の各辺から1をひいて  $35 \leq 8x - 1 < 43$

この式の各辺を4でわって  $8.75 \leq \frac{8x-1}{4} < 10.75$

8

解説

$$\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{1}{10} \geq \frac{x+1}{2} & \dots\dots \text{①} \\ 2x-1 > 2a & \dots\dots \text{②} \end{cases}$$

①より  $2x+1 \geq 5(x+1)$

$$2x+1 \geq 5x+5$$

$$-3x \geq 4$$

$$x \leq -\frac{4}{3} \dots\dots \text{③}$$

②より  $2x > 2a+1$

$$x > \frac{2a+1}{2} \dots\dots \text{④}$$

条件から、③、④の共通範囲が

$$\frac{2a+1}{2} < x \leq -\frac{4}{3} \dots\dots \text{⑤}$$

の形になり、この範囲に含まれる整数が  $-6, -5, -4, -3, -2$  のみになればよい。

よって、⑤の範囲の左端  $\frac{2a+1}{2}$  は、 $-7$  以上  $-6$  未満の値をとればよい。

すなわち  $-7 \leq \frac{2a+1}{2} < -6$

$$-14 \leq 2a+1 < -12$$

$$-15 \leq 2a < -13$$

したがって  $-\frac{15}{2} \leq a < -\frac{13}{2}$

9

解説

- ① ○ 比例定数は 2                      ② ○ 比例定数は -5  
 ③ ×    ④ × [変形すると  $y = -3x - 2$ ]  
 ⑤ ×    ⑥ ○ 比例定数は  $\frac{1}{10}$   
 ⑦ ○ 比例定数は -1 [変形すると  $y = -x$ ]  
 ⑧ ○ 比例定数は  $-\frac{3}{5}$  [変形すると  $y = -\frac{3}{5}x$ ]

10

解説

- ① ○ 比例定数は 8  
 ② ○ 比例定数は -6  
 ③ ×  
 ④ ○ 比例定数は 5 [変形すると  $y = \frac{5}{x}$ ]  
 ⑤ ×  
 ⑥ ×  
 ⑦ ○ 比例定数は -7 [変形すると  $y = \frac{-7}{x}$ ]  
 ⑧ ○ 比例定数は 4 [変形すると  $y = \frac{4}{x}$ ]

11

解説

- (1) 2点 A, B の  $x$  座標が等しく, かつ,  $y$  座標の絶対値が等しく符号が異なればよい。  
 よって  $3a - 2 = -a + 6, b + 3 = -(3b - 7)$   
 これを解いて  $a = 2, b = 1$   
 (2) 2点 A, B の  $x$  座標,  $y$  座標がともに, 絶対値が等しく符号が異なればよい。  
 よって  $3a - 2 = -(-a + 6), b + 3 = -(3b - 7)$   
 これを解いて  $a = -2, b = 1$   
 (3) 条件より  $(3a - 2) + 3 = -a + 6$

$$(b + 3) - 2 = 3b - 7$$

これを解いて  $a = \frac{5}{4}, b = 4$

(4) 条件より  $\frac{(3a - 2) + (-a + 6)}{2} = -3$

$$\frac{(b + 3) + (3b - 7)}{2} = 4$$

これを解いて  $a = -5, b = 3$

12

解説

- ①  $y = 2x$                       ②  $y = -\frac{1}{2}x$                       ③  $y = -3x$                       ④  $y = \frac{2}{3}x$

13

解説

$y$  が  $x$  に比例し, 比例定数 4 が正の数であるから  $x = a$  のとき  $y = 8$  となる。  
 よって  $8 = 4a$                       したがって  $a = 2$

14

解説

(1) ① 条件より  $2y+1=a(x-1)$  とおける。

$$x=3 \text{ のとき } y=-2 \text{ であるから } -4+1=a(3-1) \text{ すなわち } -3=2a$$

$$\text{よって } a=-\frac{3}{2}$$

$$\text{したがって } 2y+1=-\frac{3}{2}(x-1)$$

$$\text{整理して } y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$$

②  $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$  に、 $y=4$  を代入すると  $4=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$

$$\text{これを解いて } x=-5$$

(2)  $y$  は  $x+3$  に反比例するから  $y=\frac{a}{x+3}$  とおける。

$$x=2 \text{ のとき } y=4 \text{ であるから } 4=\frac{a}{2+3}$$

$$\text{よって } a=20$$

$$\text{したがって } y=\frac{20}{x+3}$$

$$y=\frac{20}{x+3} \text{ に、} x=7 \text{ を代入すると } y=\frac{20}{7+3}=2$$

15

解説

①  $y=\frac{a}{x}$  に  $x=2$ ,  $y=9$  を代入して  $9=\frac{a}{2}$

$$\text{よって } a=18$$

$$\text{したがって } y=\frac{18}{x}$$

②  $y=\frac{a}{x}$  に  $x=6$ ,  $y=-4$  を代入して  $-4=\frac{a}{6}$

$$\text{よって } a=-24$$

$$\text{したがって } y=-\frac{24}{x}$$

③  $y=\frac{a}{x}$  に  $x=4$ ,  $y=2$  を代入して  $2=\frac{a}{4}$

$$\text{よって } a=8$$

$$\text{したがって } y=\frac{8}{x}$$

④  $y=\frac{a}{x}$  に  $x=-3$ ,  $y=3$  を代入して  $3=\frac{a}{-3}$

$$\text{よって } a=-9$$

$$\text{したがって } y=-\frac{9}{x}$$

16

解説

$y$  は  $x$  に反比例するから  $y=\frac{a}{x}$  とおける。

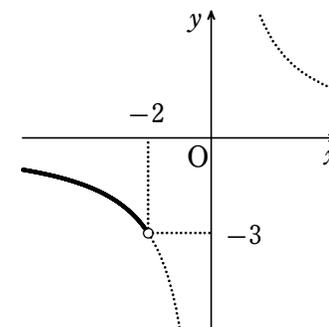
$x=3$  のとき  $y=2$  であるから  $2=\frac{a}{3}$

$$\text{よって } a=6$$

$$\text{したがって } y=\frac{6}{x}$$

反比例  $y=\frac{6}{x}$  のグラフは、右の図のようになる。

グラフから、 $x < -2$  のときの値域は  $-3 < y < 0$



17

解説

定義域が  $3 \leq x \leq 8$  であるとき、値域が  $\frac{3}{2} \leq y \leq b$  となることから、反比例  $y = \frac{a}{x}$  のグラフは、 $x$  座標、 $y$  座標がともに正である部分を通ることがわかる。

よって  $a > 0$

このとき、 $y = \frac{a}{x}$  のグラフは右の図のようになるから、

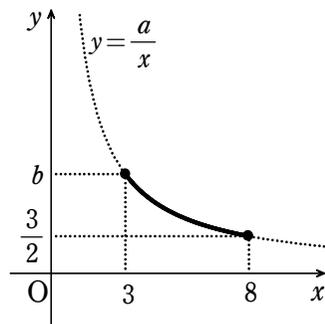
グラフより  $x=3$  のとき  $y=b$

$$x=8 \text{ のとき } y=\frac{3}{2}$$

となることがわかる。

したがって  $b = \frac{a}{3}, \quad \frac{3}{2} = \frac{a}{8}$

これを解いて  $a=12, b=4$



18

解説

①  $y = \frac{3}{x}$  のグラフは、原点を通らない。

② 正しい。

③  $y = 3x$  について、 $xy$  は一定ではない。

( $x \neq 0$  のとき  $\frac{y}{x} = 3$  であるから商が一定である)

④  $y = \frac{3}{x}$  のグラフは、 $x > 0$  の範囲で  $x$  が増加するとき、 $y$  は減少する。

⑤ 正しい。

よって、共通する性質は ②, ⑤