

新高1数学総合SA+ 確認テスト 1~3月期第4講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (6点)

円 $(x+4)^2+(y-1)^2=4$ と直線 $y=ax+3$ が異なる2点で交わる時、定数 a の値の範囲を求めよ。

2 (4点)

円 $x^2+y^2=16$ が直線 $y=x+2$ から切り取る線分の長さを求めよ。

1] (6点)

解答 $0 < a < \frac{4}{3}$

2] (4点)

解答 $2\sqrt{14}$

1] (6点)

[解法1] 円の半径は2である。円の中心 $(-4, 1)$ と直線の距離を d とすると、異なる2点で交わるための条件は $d < 2$

$$d = \frac{|a \cdot (-4) - 1 + 3|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} \text{ であるから}$$

$$\frac{|-4a + 2|}{\sqrt{a^2 + 1}} < 2 \quad \text{] 3点}$$

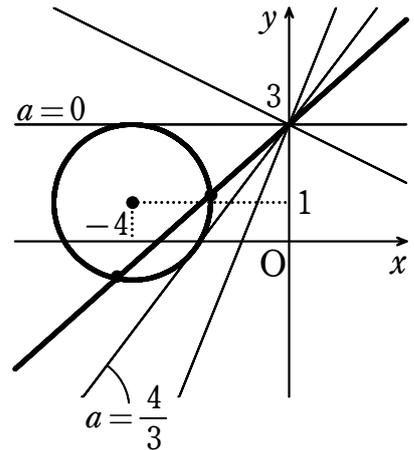
$$|-4a + 2| < 2\sqrt{a^2 + 1}$$

両辺は負でないから平方して

$$(-4a + 2)^2 < 4(a^2 + 1)$$

整理して $4a(3a - 4) < 0$

よって $0 < a < \frac{4}{3}$] 3点



[解法2] $y = ax + 3$ を円の方程式に代入して $(x+4)^2 + (ax+2)^2 = 4$

整理すると $(a^2 + 1)x^2 + 4(a+2)x + 16 = 0$] 3点

判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = \{2(a+2)\}^2 - 16(a^2 + 1) = 4\{a^2 + 4a + 4 - 4(a^2 + 1)\} = -4a(3a - 4)$$

円と直線が異なる2点で交わるための条件は $D > 0$

ゆえに $-4a(3a - 4) > 0$ よって $0 < a < \frac{4}{3}$] 3点

2] (4点)

円と直線の交点を A, B とし、線分 AB の中点を M とする。

線分 OM の長さは、円の中心 $(0, 0)$ と直線 $y = x + 2$ の距離に等しいから

$$OM = \frac{|2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2} \quad \text{] 2点}$$

円の半径は4であるから

$$\begin{aligned} AB &= 2AM = 2\sqrt{OA^2 - OM^2} \\ &= 2\sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{14} \quad \text{] 2点} \end{aligned}$$

