新高1数学総合SA＋　確認テスト　1～3月期第7講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／　10

$\boxed{1}$ （5点）

2点 A$(-3,\ 0)$，B$(3,\ 0)$ からの距離の比が $1:3$ である点 P の軌跡を求めよ。

$\boxed{2}$ （5点）

t の値が変化するとき，放物線 $y=x^2+2(t+1)x+2t^2$ の頂点 P の軌跡を求めよ。

新高1数学総合SA＋　確認テスト 1〜3月期第7講【解答】

$\boxed{1}$ （5点）

解答　中心が点 $\left(-\dfrac{15}{4},\ 0\right)$，半径が $\dfrac{9}{4}$ の円

$\boxed{2}$ （5点）

解答　放物線 $y=x^2+4x+2$

$\boxed{1}$ （5点）

点Pの座標を $(x,\ y)$ とする。

Pの満たす条件は　$\mathrm{AP}:\mathrm{BP}=1:3$　すなわち　$3\mathrm{AP}=\mathrm{BP}$

よって　$9\mathrm{AP}^2=\mathrm{BP}^2$

ゆえに　$9\{(x+3)^2+y^2\}=(x-3)^2+y^2$　」2点

整理すると　$x^2+y^2+\dfrac{15}{2}x+9=0$

すなわち　$\left(x+\dfrac{15}{4}\right)^2+y^2=\dfrac{81}{16}$　…… ①

よって，点Pは円 ① 上にある。

逆に，円 ① 上の任意の点は，条件を満たす。

したがって，求める軌跡は　中心が点 $\left(-\dfrac{15}{4},\ 0\right)$，半径が $\dfrac{9}{4}$ の円　」3点

$\boxed{2}$ （5点）

放物線の方程式を変形すると

$$y=(x+t+1)^2-(t+1)^2+2t^2$$
$$=(x+t+1)^2+t^2-2t-1$$

よって，頂点Pの座標を $(x,\ y)$ とすると

$x=-t-1$ …… ①，　$y=t^2-2t-1$ …… ②　」2点

① から　$t=-x-1$

これを ② に代入して　$y=(-x-1)^2-2(-x-1)-1$

よって　$y=x^2+4x+2$　…… ③

ゆえに，点Pは放物線 ③ 上にある。

逆に，放物線 ③ 上の任意の点は，条件を満たす。

したがって，点Pの軌跡は　放物線 $y=x^2+4x+2$　」3点