新年度進級試験　中2[発展]

（６０分）

解答上の注意

1　オンライン上での解答となります。各自解答ページで解答を入力してください。

2　マイナスは「m」（アルファベットの半角小文字）で入力してください。
　入力対象は「0～9」の半角数字および「m」です。

例　(1)　$12+34=\boxed{アイ}$　⇒　46　と入力

　　(2)　$1-3=\boxed{ウエ}$　⇒　m2　と入力

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例　$\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{\mathrm{m}4}{5}$ として答えること。

　すなわち，「m45」と入力すること。
　また，分数は既約分数で答えること。

$\boxed{1}$

(1)　$\{3^3\div(-7)^3\}\times\{7^2\div(-3)^2\}+\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{7}\right)\div\left(\frac{3}{7}-\frac{7}{3}\right)$ を計算しなさい。　$\dfrac{\boxed{アイウ}}{\boxed{エ}}$

(2)　$2^{15}+2^{15}+2^{16}=2^a$ のとき，a の値を求めなさい。　$\boxed{オカ}$

(3)　1 個 a 円のテニスボールを 4 個買い，1 時間 b 円の使用料がかかるテニスコートで 3 時間テニスの練習をした。このときのテニスボール代とコート使用料の合計を求めなさい。ただし，テニスボールには 10 % の消費税がかかり，コート使用料にはすでに消費税はふくまれているものとする。　$\dfrac{\boxed{キク}a+\boxed{ケコ}b}{\boxed{サ}}$ (円)

(4)　方程式 $\frac{5}{12}(x-2)=\frac{1}{4}\left\{2(x+1)+\frac{x-2}{3}-x\right\}$ を解きなさい。　$x=\boxed{シス}$

(5)　等式 $\frac{2}{x}+\frac{4}{3y}=3$ を y について解きなさい。　$y=\dfrac{\boxed{セ}x}{\boxed{ソ}x-\boxed{タ}}$

(6)　次の 2 組の x，y の連立方程式 $\begin{cases}4x+3y=-1\\-ax-by=13\end{cases}$，$\begin{cases}bx+ay=7\\3x-y=9\end{cases}$ の解が同じである。

このとき，a，b の値を求めなさい。　$a=\boxed{チ}$，$b=\boxed{ツ}$

2

(1)　1 辺が a cm の正方形の縦を 2 cm 長くし，横を 3 cm 長くして長方形をつくった。その長方形の面積を a の式で表しなさい。　$a^2+\boxed{ア}a+\boxed{イ}$

(2)　p，a，b を整数とするとき，$x^2+px-36$ を $(x+a)(x+b)$ の形に因数分解したい。全部で何通りの因数分解ができるか。　$\boxed{ウ}$ 通り

(3)　$\sqrt{2}$ の小数部分を a とするとき，$(1+\sqrt{2})a+a^2+\dfrac{1}{a}$ の値を求めなさい。

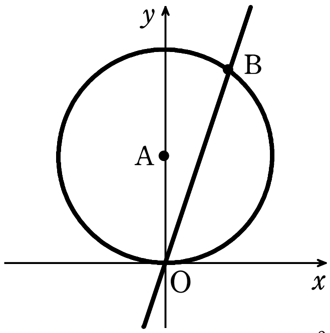
$\boxed{エ}-\sqrt{\boxed{オ}}$

(4)　方程式 $(x+\sqrt{3})^2+5(x+\sqrt{3})-24=0$ を解きなさい。

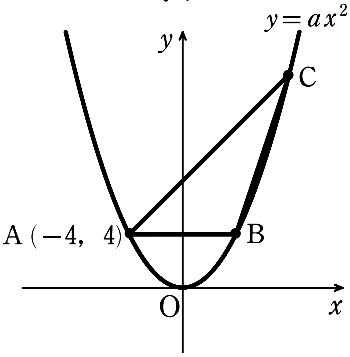
$x=\boxed{カキ}-\sqrt{\boxed{ク}}$，$\boxed{ケ}-\sqrt{\boxed{コ}}$

(5)　関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域が $0\leqq y\leqq 8$ である。このとき，a の値を求めなさい。　$\boxed{サ}$

(6)　右の図は，点 A $(0,\ 10)$ を中心とする半径 10 の円と直線 $y=3x$ である。この円と直線の交点のうち，原点でない方を点 B とする。点 B の座標を求めなさい。　$\left(\boxed{シ},\ \boxed{スセ}\right)$



(7)　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A $(-4,\ 4)$ と点 B と点 C があり，線分 AB と x 軸は平行で，△ABC の面積は 48 である。ただし，点 C の x 座標は正とする。



①　定数 a の値を求めなさい。　$\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$

②　点 C の座標を求めなさい。　$\left(\boxed{チ},\ \boxed{ツテ}\right)$

③　点 B から直線 AC にひいた垂線と AC との交点を H とする。このとき，線分 BH の長さを求めなさい。　$\boxed{ト}\sqrt{\boxed{ナ}}$

$\boxed{3}$

a を実数とする。

$9a^2-6a+1=\left(\boxed{\ ア\ }a-\boxed{\ イ\ }\right)^2$ である。

次に $A=\sqrt{9a^2-6a+1}+|a+2|$ とおくと $A=\sqrt{\left(\boxed{\ ア\ }a-\boxed{\ イ\ }\right)^2}+|a+2|$ である。

次の 3 つの場合に分けて考える。

- $a>\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{\ ウ\ }a+\boxed{\ エ\ }$ である。
- $-2\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{オカ}a+\boxed{\ キ\ }$ である。
- $a<-2$ のとき，$A=-\boxed{\ ウ\ }a-\boxed{\ エ\ }$ である。

$\boxed{4}$

a を定数とし，2 次関数 $y=-4x^2+4(a-1)x-a^2$ のグラフを C とする。

(1)　C が点 $(1,\ -4)$ を通るとき，$a=\boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　C の頂点の座標は $\left(\dfrac{a-1}{\boxed{\text{イ}}},\ \boxed{\text{ウエ}}a+\boxed{\text{オ}}\right)$ である。

(3)　$a>1$ とする。x が $-1\leqq x\leqq 1$ の範囲にあるとき，この 2 次関数の最大値，最小値を調べる。

最大値は　$1<a\leqq\boxed{\text{カ}}$ ならば　$-2a+\boxed{\text{キ}}$

$a>\boxed{\text{カ}}$　ならば　$-a^2+4a-\boxed{\text{ク}}$　である。

また，最小値は　$-a^2-\boxed{\text{ケ}}a$　である。

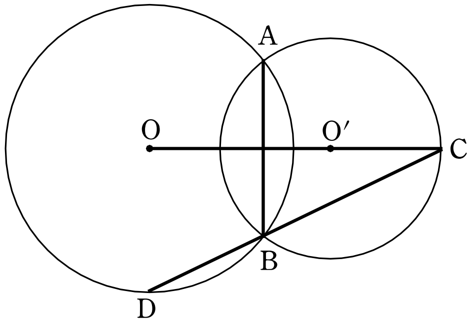
最大値と最小値の差が 12 になるのは $a=-1+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ のときである。

$\boxed{5}$

図のように交わる2円O，O′ がある。この図においてA，Bは2円の交点，Cは直線OO′ と円O′ の交点，Dは直線CBと円Oの交点である。さらに

$\sin\angle ABC=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$AB=3$，$BD=\sqrt{5}$

とする。このとき



$$\cos\angle ABD=\frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}},$$

$$AD=\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$$

となり，円Oの半径OAは $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。また円O′ の半径O′Aは $\dfrac{\boxed{クケ}}{\boxed{コ}}$ である。

$\boxed{6}$

二つの箱 A，B がある。

A の箱には，次のように 6 枚のカードが入っている。

0 の数字が書かれたカードが 1 枚

1 の数字が書かれたカードが 2 枚

2 の数字が書かれたカードが 3 枚

B の箱には，次のように 7 枚のカードが入っている。

0 の数字が書かれたカードが 4 枚

1 の数字が書かれたカードが 1 枚

2 の数字が書かれたカードが 2 枚

A の箱から 1 枚，B の箱から 2 枚，あわせて 3 枚のカードを取り出す。

(1) 3 枚のカードに書かれた数がすべて 0 である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(2) 3 枚のカードに書かれた数の積が 4 である確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(3) 3 枚のカードに書かれた数の積が 0 である確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(4) 3 枚のカードに書かれた数の積の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。