新年度進級試験　中3［発展］

（６０分）

解答上の注意

１　オンライン上での解答となります。各自解答ページで解答を入力してください。

２　マイナスは「m」（アルファベットの半角小文字）で入力してください。
　　入力対象は「0～9」の半角数字および「m」です。

例　(1)　$12+34=\boxed{\text{アイ}}$　⇒　46　と入力

　　(2)　$1-3=\boxed{\text{ウエ}}$　⇒　m2　と入力

３　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例　$\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{\text{m}4}{5}$ として答えること。

　　すなわち，「m45」と入力すること。
　　また，分数は既約分数で答えること。

$\boxed{1}$

不等式 $2|x|+|x+3|\leqq 9$ ……①について考える。

(1)　$x<-3$ のとき　$2|x|+|x+3|=\boxed{アイ}x-\boxed{ウ}$ である。

　$-3\leqq x<0$ のとき　$2|x|+|x+3|=\boxed{エ}x+\boxed{オ}$ である。

　$0\leqq x$ のとき　$2|x|+|x+3|=\boxed{カ}x+\boxed{キ}$ である。

(2)　① の解を求めると，$\boxed{クケ}\leqq x\leqq\boxed{コ}$ である。

$\boxed{2}$

a を定数とし，x の 2 次関数

$$y=x^2-(2a-6)x+4a-7 \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフを G とするとき，次の問いに答えよ。

(1) G の頂点の座標は $\left(a-\boxed{\text{ア}},\ -a^2+\boxed{\text{イウ}}a-\boxed{\text{エオ}}\right)$ である。

(2) 2 次関数 ① の $-1\leqq x\leqq 5$ における最大値を M とする。

$a<\boxed{\text{カ}}$ のとき，$M=-\boxed{\text{キ}}a+\boxed{\text{クケ}}$,

$\boxed{\text{カ}}\leqq a$ のとき，$M=\boxed{\text{コ}}a-\boxed{\text{サシ}}$ である。

(3) G が直線 $y=6x-3$ と接するのは，$a=\boxed{\text{ス}}$ のときである。

(4) G が x 軸の負の部分と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}<a<\boxed{\text{タ}}$ である。

$\boxed{3}$

半径 $4\sqrt{7}$ の円 O に内接する三角形 ABC が AB＝14，$\cos\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{3}{4}$ を満たしている。このとき，$\sin\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，AC＝$\boxed{\text{ウエ}}$ である。

さらに，∠ABC の 2 等分線と円 O との交点のうち B と異なる方を D とする。

∠ABC＝∠AOD であるから，AD＝$\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

$\boxed{4}$

i は虚数単位を表すものとする。

(1)　$(1-i)^3=\boxed{\text{アイ}}-\boxed{\text{ウ}}\,i$

(2)　$x^2-2x+4=0$ の 2 つの解を α，β とすると，$\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\boxed{\text{エオ}}$

(3)　x の整式 $3x^4-2x^3+5x^2+10x+2$ を $x+1$ で割ったときの余りは $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　方程式 $x^3-5x^2+4x+10=0$ の解は $x=\boxed{\text{キク}}$，$\boxed{\text{ケ}}\pm i$ である。

$\boxed{5}$

(1)　2点 A(3, 1), B(−2, 5) を結ぶ線分 AB を 3：1 に内分する点の座標は

$\left(\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$, 2：3 に外分する点の座標は $\left(\boxed{\text{オカ}},\ \boxed{\text{キク}}\right)$ である。

(2)　3点 A(−1, 3), B(0, 2), C(4, −11) を頂点とする三角形の重心の座標は

$\left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コサ}}\right)$ である。

(3)　3点 A(−5, 2), B(−2, −1), C(3, 4) を頂点とする △ABC がある。このとき，直線 BC の方程式は $x-y+\boxed{\text{シ}}=0$ であるから.点 A と直線 BC との距離は

$\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である。また，線分 BC の長さは $\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(4)　円 $x^2+y^2-2x+3y-9=0$ の中心の座標は $\left(\boxed{\text{チ}},\ \dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}\right)$, 半径は $\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$

である。

(5)　2定点 A(−4, 0), B(2, 0) に対して，AP：BP＝2：1 となる点 P の軌跡の方程式は $\left(x-\boxed{\text{ヌ}}\right)^2+y^2=\boxed{\text{ネノ}}$ である。

$\boxed{6}$

(1) $\tan\frac{4}{3}\pi=\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$，$\cos\frac{11}{4}\pi=\frac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$\sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) $\sin\frac{11}{12}\pi=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}-\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。また，$\pi\leqq\theta\leqq2\pi$，$\cos\theta=\frac{1}{5}$ のとき

$\sin2\theta=\frac{\boxed{\text{サシ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セソ}}}$，$\cos\frac{\theta}{2}=\frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3) $\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$ は $\boxed{\text{ト}}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{\boxed{\text{ナ}}}\right)$ と変形できる。

よって，関数 $y=\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$ $(0\leqq\theta\leqq\pi)$ は 最大値 $\boxed{\text{ニ}}$，最小値 $\boxed{\text{ヌネ}}$ をとる。

$\boxed{7}$

(1)　$16^{-\frac{5}{4}} \times 4^{1.5} \div 2^{-3} = \boxed{\text{ア}}$，$\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[4]{a} \div \sqrt[6]{a^5} = \sqrt[\boxed{\text{イウ}}]{a}$，

$(\log_2 3 + \log_{16} 9)(\log_3 4 + \log_9 16) = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。2^{50} は $\boxed{\text{オカ}}$ 桁の整数である。

また，$\left(\dfrac{2}{9}\right)^{20}$ は小数第 $\boxed{\text{キク}}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる。

(3)　$9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$ を解くと，$x = \boxed{\text{ケ}}$ である。また，

$2\log_{\frac{1}{2}}(x-1) < \log_{\frac{1}{2}}(7-x)$ を解くと，$\boxed{\text{コ}} < x < \boxed{\text{サ}}$ である。