

高1数学総合S(甲陽) 確認テスト 前期第9講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (5点)

点 $A(-2, 0, 2)$ を通り、 $\vec{u}=(-3, 2, -6)$ に平行な直線 l と、点 $B(-3, -3, 0)$ を通り、 $\vec{v}=(2, -1, 4)$ に平行な直線 m が交わるかどうかを調べよ。交わる場合は、交点の座標を求めよ。

2 (5点)

3点 $A(1, 0, 2)$, $B(0, 1, 0)$, $C(2, 1, -3)$ を通る平面の方程式を求めよ。

1 (5点)

解答 交わる, (19, -14, 44)

2 (5点)

解答 $3x+7y+2z-7=0$

1 (5点)

2直線 l , m は, s , t を実数として

$$l : (x, y, z) = (-2, 0, 2) + s(-3, 2, -6) = (-2-3s, 2s, 2-6s) \quad \text{1点}$$

$$m : (x, y, z) = (-3, -3, 0) + t(2, -1, 4) = (-3+2t, -3-t, 4t) \quad \text{1点}$$

と表される。

x 座標, y 座標, z 座標がそれぞれ等しいとすると

$$-2-3s = -3+2t \quad \dots\dots \text{①}$$

$$2s = -3-t \quad \dots\dots \text{②}$$

$$2-6s = 4t \quad \dots\dots \text{③} \quad \text{1点}$$

①, ② から $s = -7, t = 11$ これは ③ を満たす。 1点

よって, 2直線 l , m は交わる。交点の座標は (19, -14, 44) 1点

2 (5点)

平面の法線ベクトルを $\vec{n} = (a, b, c)$ とする。

$\vec{AB} = (-1, 1, -2), \vec{AC} = (1, 1, -5)$ であるから,

$$\vec{n} \perp \vec{AB} \text{ より } \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \quad \text{よって } -a + b - 2c = 0 \quad \dots\dots \text{①} \quad \text{1点}$$

$$\vec{n} \perp \vec{AC} \text{ より } \vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \quad \text{よって } a + b - 5c = 0 \quad \dots\dots \text{②} \quad \text{1点}$$

$$\text{①, ② から } a = \frac{3}{2}c, b = \frac{7}{2}c \quad \text{1点}$$

$\vec{n} \neq \vec{0}$ より $c \neq 0$ であるから, $\vec{n} = (3, 7, 2)$ とする。 1点

ゆえに, 求める平面は, 点 A (1, 0, 2) を通り, $\vec{n} = (3, 7, 2)$ に垂直であるから,

$$\text{その方程式は } 3(x-1)+7y+2(z-2)=0 \quad \text{すなわち } 3x+7y+2z-7=0 \quad \text{1点}$$

別解 求める平面の方程式を $ax+by+cz+d=0$ とすると, 1点

この平面が3点 A, B, C を通ることから

$$a+2c+d=0 \quad \dots\dots \text{①}, b+d=0 \quad \dots\dots \text{②}, 2a+b-3c+d=0 \quad \dots\dots \text{③} \quad \text{2点}$$

$$\text{①} \sim \text{③} \text{ から } a = \frac{3}{7}b, c = \frac{2}{7}b, d = -b \quad \text{1点}$$

$$\text{よって, 求める平面の方程式は } \frac{3}{7}bx + by + \frac{2}{7}bz - b = 0$$

ここで, $a=b=c=0$ ではないから $b \neq 0$

$$\text{ゆえに } 3x+7y+2z-7=0 \quad \text{1点}$$