1

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。
また，小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。
途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1)　袋の中に白球が 4 個，赤球が 3 個入っている。この袋の中から同時に 3 個の球を取り出すとき，白球の個数を W とする。確率変数 W について $P(W=0)=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$，

$P(W=1)=\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{イウ}}}$，$P(W=2)=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{イウ}}}$，$P(W=3)=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり，期待値 (平均) は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$，分散は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(2)　確率変数 Z が標準正規分布に従うとき $P\left(-\boxed{\text{タ}} \leqq Z \leqq \boxed{\text{タ}}\right)=0.99$ が成り立つ。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまる最も適切なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　1.64　　①　1.96　　②　2.33　　③　2.58

(3)　母標準偏差 σ の母集団から，大きさ n の無作為標本を抽出する。ただし，n は十分に大きいとする。この標本から得られる母平均 m の信頼度 (信頼係数) 95 % の信頼区間を $A \leqq m \leqq B$ とし，この信頼区間の幅 L_1 を $L_1=B-A$ で定める。
この標本から得られる信頼度 99 % の信頼区間を $C \leqq m \leqq D$ とし，この信頼区間の幅 L_2 を $L_2=D-C$ で定めると $\dfrac{L_2}{L_1}=\boxed{\text{チ}}.\boxed{\text{ツ}}$ が成り立つ。また，同じ母集団から，大きさ $4n$ の無作為標本を抽出して得られる母平均 m の信頼度 95 % の信頼区間を $E \leqq m \leqq F$ とし，この信頼区間の幅 L_3 を $L_3=F-E$ で定める。このとき
$\dfrac{L_3}{L_1}=\boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{ト}}$ が成り立つ。

$\boxed{2}$

(1) $8^{\frac{5}{6}}=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$\log_{27}\dfrac{1}{9}=\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) $y=2^x$ のグラフと $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフは $\boxed{\text{カ}}$ である。

$y=2^x$ のグラフと $y=\log_2 x$ のグラフは $\boxed{\text{キ}}$ である。

$y=\log_2 x$ のグラフと $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフは $\boxed{\text{ク}}$ である。

$y=\log_2 x$ のグラフと $y=\log_2 \dfrac{1}{x}$ のグラフは $\boxed{\text{ケ}}$ である。

$\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 同一のもの　　① x 軸に関して対称

② y 軸に関して対称　　③ 直線 $y=x$ に関して対称

(3) $x>0$ の範囲における関数 $y=\left(\log_2 \dfrac{x}{4}\right)^2-4\log_4 x+3$ の最小値を求めよう。

$t=\log_2 x$ とおく。このとき，$y=t^2-\boxed{\text{コ}}t+\boxed{\text{サ}}$ である。

また，x が $x>0$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{シ}}$ である。$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $t>0$　　① $t>1$

② $t>0$ かつ $t\neq 1$　　③ 実数全体

したがって，y は $t=\boxed{\text{ス}}$ のとき，すなわち $x=\boxed{\text{セ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ソタ}}$ をとる。

$\boxed{3}$

k を正の定数として $\cos^2 x - \sin^2 x + k\left(\dfrac{1}{\cos^2 x} - \dfrac{1}{\sin^2 x}\right) = 0$ ……① を満たすxについて考える。

(1) $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で①を満たす x の個数について考えよう。

①の両辺に $\sin^2 x \cos^2 x$ をかけ，2倍角の公式を用いて変形すると

$\left(\dfrac{\sin^2 2x}{\boxed{\text{ア}}} - k\right)\cos 2x = 0$ ……② を得る。

したがって，k の値に関係なく，$x = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}$ のときは常に①が成り立つ。

また，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $0 < \sin^2 2x \leqq 1$ であるから，$k > \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のとき，①を満たす x は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}$ のみである。

一方，$0 < k < \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のとき，①を満たす x の個数は $\boxed{\text{オ}}$ 個であり，$k = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のときは $\boxed{\text{カ}}$ 個である。

(2) $k = \dfrac{4}{25}$ とし，$\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で①を満たす x について考えよう。

②により $\sin 2x = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であるから $\cos 2x = \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

したがって $\cos x = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

$\boxed{4}$

$\triangle$ABC において，辺 AB を 2：1 に内分する点を L，辺 AC の中点を M，線分 CL と線分 BM の交点を P とする．線分 AP の延長線が線分 BC と交わる点を N とする．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

(3) $\angle\mathrm{ACB}=\theta$, $\mathrm{AC}=2a$ とする．$\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ が直交するときに，線分 BC, AB の長さを a と θ を用いて表せ．