1

箱の中に，1から9までの番号を1つずつ書いた9枚のカードが入っている。ただし，異なるカードには異なる番号が書かれているものとする。この箱から2枚のカードを同時に選び，小さいほうの数を X とする。これらのカードを箱に戻して，再び2枚のカードを同時に選び，小さいほうの数を Y とする。$X=Y$ である確率を求めよ。

2

定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}(x+1)\sqrt{1-2x^2}\,dx$ を求めよ。

3

a は正の無理数で，$X=a^3+3a^2-14a+6$，$Y=a^2-2a$ を考えると，X と Y はともに有理数である。

(1)　整式 $x^3+3x^2-14x+6$ を整式 x^2-2x で割ったときの商と余りを求めよ。

(2)　X と Y の値を求めよ。

(3)　a の値を求めよ。ただし，素数の平方根は無理数であることを用いてよい。

4

n を2以上の自然数，q と r を自然数とする。1から nq までの番号がついた nq 個の白玉，1から nr までの番号がついた nr 個の赤玉を用意する。これら白玉と赤玉を，1番から n 番まで番号づけられた n 個の箱それぞれに，小さい番号から順に白玉は q 個ずつ，赤玉は r 個ずつ配分しておく。たとえば，1番の箱には番号1から q の白玉と番号1から r の赤玉が入っている。これら $n(q+r)$ 個の玉を n 個の箱に以下のように再配分する。1番の箱から1個の玉を取り出して2番の箱に移し，次に2番の箱から1個の玉を取り出して3番の箱に移す。同様の操作を順次繰り返し最後に n 番の箱に1個の玉を移して終了する。このようにして実現されうる再配分の総数を s_n とし，n 番の箱の白玉が $(q+1)$ 個であるような再配分の総数を a_n とする。

(1)　a_2，a_3 を求めよ。

(2)　s_n を求めよ。

(3)　$a_{n+1}-a_n$ を求めよ。

(4)　a_n を求めよ。

$\boxed{5}$

空間内に四面体 ABCD を考える。このとき，4 つの頂点 A，B，C，D を同時に通る球面が存在することを示せ。