1

自然数 n に関する三つの条件 p，q，r を次のように定める。

p：n は 4 の倍数である
q：n は 6 の倍数である
r：n は 24 の倍数である

条件 p，q，r の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$，$\overline{r}$ で表す。
条件 p を満たす自然数全体の集合を P とし，条件 q を満たす自然数全体の集合を Q とし，条件 r を満たす自然数全体の集合を R とする。自然数全体の集合を全体集合とし，集合 P，Q，R の補集合をそれぞれ $\overline{P}$，$\overline{Q}$，$\overline{R}$ で表す。

(1)　次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$32 \in \boxed{\text{ア}}$ である。また，$50 \in \boxed{\text{イ}}$ である。

⓪　$P \cap Q \cap R$　　①　$P \cap Q \cap \overline{R}$　　②　$P \cap \overline{Q}$
③　$\overline{P} \cap Q$　　④　$\overline{P} \cap \overline{Q} \cap R$　　⑤　$\overline{P} \cap \overline{Q} \cap \overline{R}$

(2)　次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

$P \cap Q$ に属する自然数のうち最小のものは $\boxed{\text{ウエ}}$ である。

また，$\boxed{\text{ウエ}}\ \boxed{\text{オ}}\ R$ である。

⓪　$=$　　①　$\subset$　　②　$\supset$　　③　$\in$　　④　$\notin$

(3)　次の $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

自然数 $\boxed{\text{ウエ}}$ は，命題 $\boxed{\text{カ}}$ の反例である。

⓪　「(p かつ q) $\Longrightarrow \overline{r}$」　　①　「($p$ または q) $\Longrightarrow \overline{r}$」
②　「$r \Longrightarrow$ (p かつ q)」　　③　「(p かつ q) $\Longrightarrow r$」

$\boxed{2}$

1 枚のコインを最大で 5 回投げるゲームを行う。このゲームでは，1 回投げるごとに表が出たら持ち点に 2 点を加え，裏が出たら持ち点に -1 点を加える。はじめの持ち点は 0 点とし，ゲーム終了のルールを次のように定める。

- 持ち点が再び 0 点になった場合は，その時点で終了する。
- 持ち点が再び 0 点にならない場合は，コインを 5 回投げ終わった時点で終了する。

(1) コインを 2 回投げ終わって持ち点が -2 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また，コインを 2 回投げ終わって持ち点が 1 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) 持ち点が再び 0 点になることが起こるのは，コインを $\boxed{\text{オ}}$ 回投げ終わったときである。コインを $\boxed{\text{オ}}$ 回投げ終わって持ち点が 0 点になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(4) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点であるとき，コインを 2 回投げ終わって持ち点が 1 点である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

$\boxed{3}$

(1)　次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

99 個の観測値からなるデータがある。四分位数について述べた記述で，どのようなデータでも成り立つものは $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ である。

⓪　平均値は第 1 四分位数と第 3 四分位数の間にある。

①　四分位範囲は標準偏差より大きい。

②　中央値より小さい観測値の個数は 49 個である。

③　最大値に等しい観測値を 1 個削除しても第 1 四分位数は変わらない。

④　第 1 四分位数より小さい観測値と，第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると，残りの観測値の個数は 51 個である。

⑤　第 1 四分位数より小さい観測値と，第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると，残りの観測値からなるデータの範囲はもとのデータの四分位範囲に等しい。

(2)　図 1 は，平成 27 年の男の市区町村別平均寿命のデータを 47 の都道府県 P 1，P 2，……，P 47 ごとに箱ひげ図にして，並べたものである。

次の (Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ) は図 1 に関する記述である。

(Ⅰ)　四分位範囲はどの都道府県においても 1 以下である。

(Ⅱ)　箱ひげ図は中央値が小さい値から大きい値の順に上から下へ並んでいる。

(Ⅲ)　P 1 のデータのどの値と P 47 のデータのどの値とを比較しても 1.5 以上の差がある。

次の $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ) の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{ウ}}$ である。

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	正	正	正	誤	正	誤	誤	誤
(Ⅱ)	正	正	誤	正	誤	正	誤	誤
(Ⅲ)	正	誤	正	正	誤	誤	正	誤

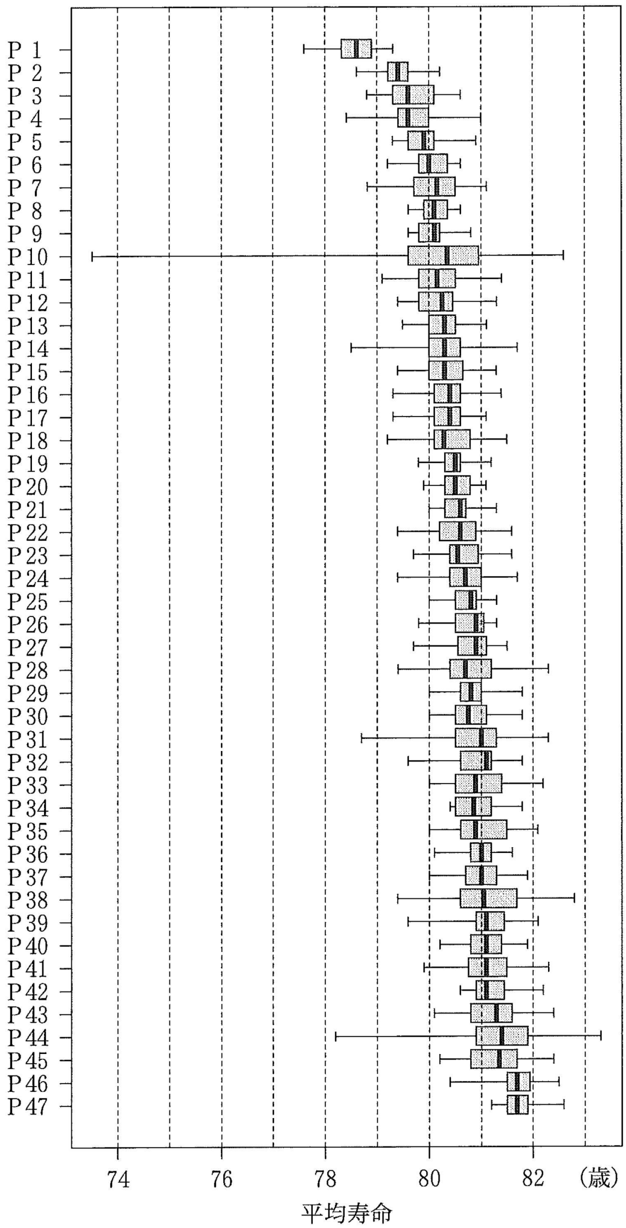


図１　男の市区町村別平均寿命の箱ひげ図
（出典：厚生労働省の Web ページにより作成）

(3)　ある県は 20 の市区町村からなる。図２はその県の男の市区町村別平均寿命のヒストグラムである。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

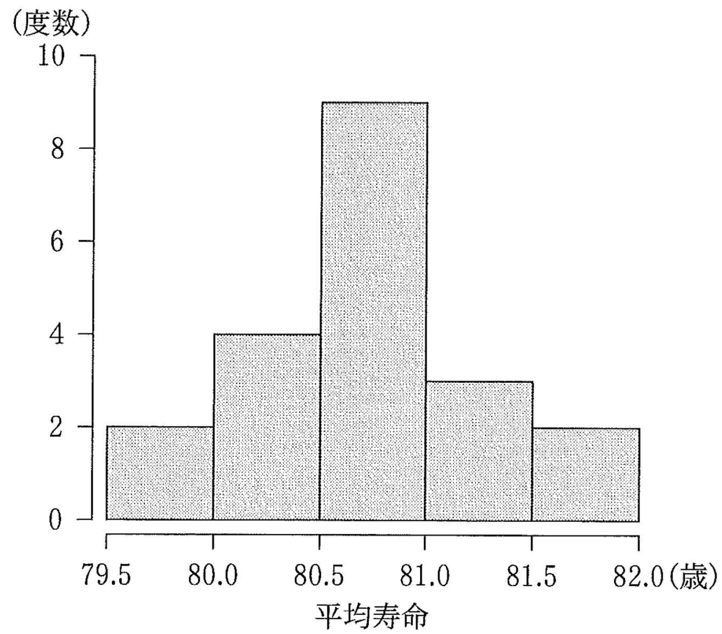
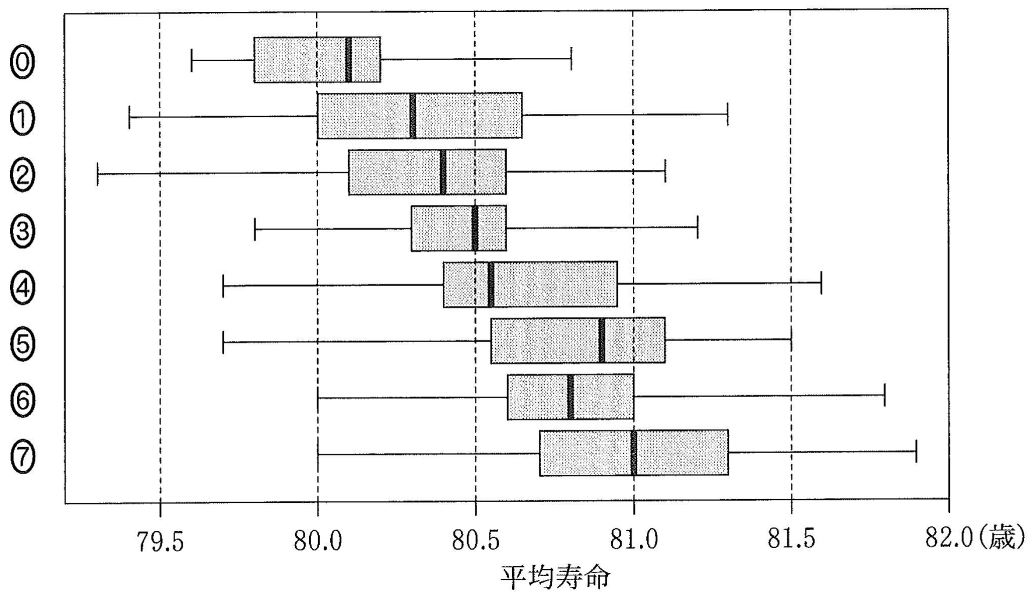


図 2　市区町村別平均寿命のヒストグラム

(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

次の $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

図 2 のヒストグラムに対応する箱ひげ図は $\boxed{\text{エ}}$ である。



(4)　図 3 は，平成 27 年の男の都道府県別平均寿命と女の都道府県別平均寿命の散布図である。2 個の点が重なって区別できない所は黒丸にしている。図には補助的に切片が 5.5 から 7.5 まで 0.5 刻みで傾き 1 の直線を 5 本付加している。

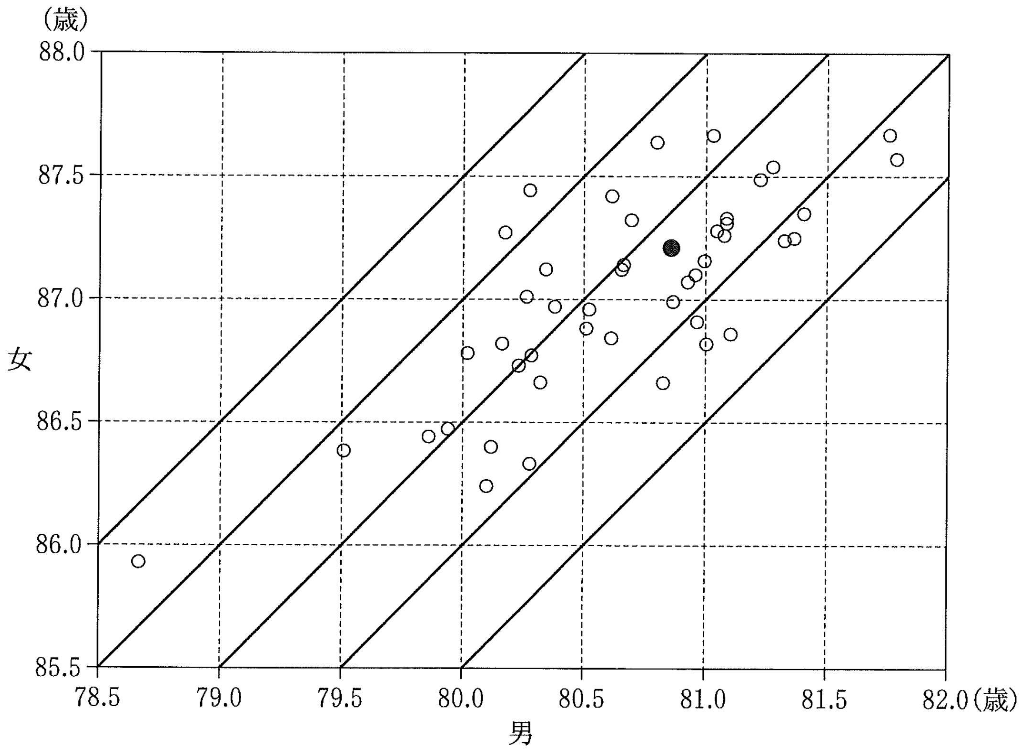


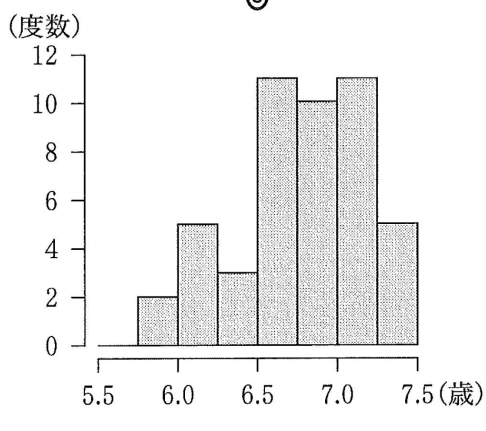
図 3　男と女の都道府県別平均寿命の散布図

(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

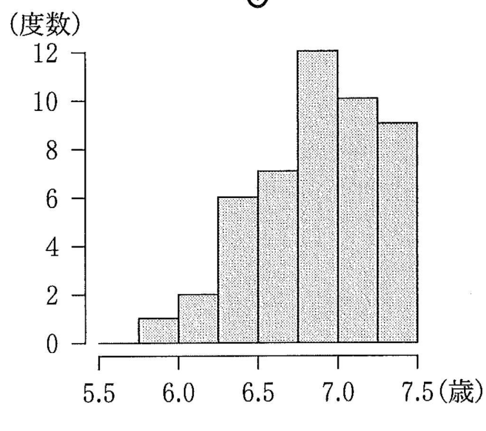
次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

都道府県ごとに男女の平均寿命の差をとったデータに対するヒストグラムは $\boxed{\text{オ}}$ である。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

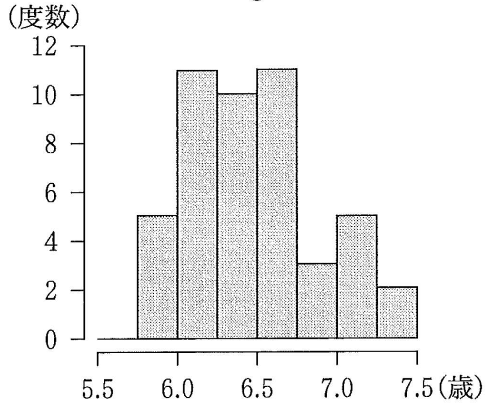
⓪



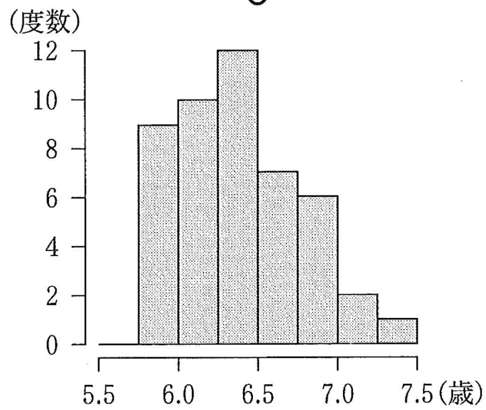
①



②



③



(5)　0または正の値だけとるデータの散らばりの大きさを比較するために

$$変動係数＝\frac{標準偏差}{平均値}$$

で定義される「変動係数」を用いる。ただし，平均値は正の値とする。
昭和25年と平成27年の国勢調査の女の年齢データから表1を得た。

表1　平均値，標準偏差および変動係数

	人数(人)	平均値(歳)	標準偏差(歳)	変動係数
昭和25年	42,385,487	27.2	20.1	V
平成27年	63,403,994	48.1	24.5	0.509

次の $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ② のうちから一つ選べ。
昭和25年の変動係数 V と平成27年の変動係数との大小関係は $\boxed{\text{カ}}$ である。

⓪　$V < 0.509$　　①　$V = 0.509$　　②　$V > 0.509$

次の $\boxed{\text{キ}}$ ，$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまる最も適切なものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

・平成27年の年齢データの値すべてを100倍する。このとき，変動係数は $\boxed{\text{キ}}$ 。
・平成27年の年齢データの値すべてに100を加える。このとき，変動係数は $\boxed{\text{ク}}$ 。

⓪　小さくなる　　①　変わらない　　②　10倍になる　　③　100倍になる

$\boxed{4}$

平面上に 3 つの放物線

$$C_1：y=-x(x-1),\ C_2：y=x(x-1),\ C：y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$$

を考える．いま実数 t に対して，C は C_1 上の点 $(t,\ -t^2+t)$ を通り，その点で C_1 と共通の接線をもつとする．

(1) a，b を t を用いて表せ．

(2) 2 つの放物線 C，C_2 で囲まれた部分の面積 S を t を用いて表せ．

(3) t を動かすとき，S の最小値を求めよ．