高2文系数学　確認テスト　前期第5講　　　氏名＿＿＿＿＿＿＿　　　得点　　/　10

$\boxed{1}$ （5点）

(1)　2次不等式 $x^2+mx+3m-5>0$ の解がすべての実数となるのは，定数 m の値の範囲が $\boxed{\text{ア}}<m<\boxed{\text{イウ}}$ のときである。

(2)　a，b を定数とする。2次不等式 $ax^2+bx+2>0$ の解が $-1<x<2$ であるとき，$a=\boxed{\text{エオ}}$，$b=\boxed{\text{カ}}$ である。

(3)　不等式 $|x^2+2x-8|<7$ を満たす整数 x は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 個ある。

$\boxed{2}$ （5点）

a を定数とし，2次関数 $y=2x^2-ax+a-1$ のグラフを C とする。

(1)　グラフ C の頂点の座標は $\left(\dfrac{a}{\boxed{\text{ア}}},\ \dfrac{\boxed{\text{イ}}a^2+\boxed{\text{ウ}}a-8}{\boxed{\text{エ}}}\right)$ である。

また，グラフ C が x 軸に接するときの a の値は $\boxed{\text{オ}}\pm\boxed{\text{カ}}\sqrt{2}$ である。

(2)　グラフ C が，x 軸の $-1<x<1$ の部分と，異なる2点で交わるための a の値の範囲は $-\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}<a<\boxed{\text{ケ}}-\boxed{\text{コ}}\sqrt{2}$ である。

高2文系数学　確認テスト　前期第5講【解答】

$\boxed{1}$（5点）

解答　（ア）2　（イウ）10　（エオ）-1　（カ）1　（キ）4

配点　ア〜ウ：2点，エ〜カ：1点，キ：2点

$\boxed{2}$（5点）

解答　$\dfrac{a}{(\text{ア})}$　$\dfrac{a}{4}$　$\dfrac{(\text{イ})a^2+(\text{ウ})a-8}{(\text{エ})}$　$\dfrac{-a^2+8a-8}{8}$　（オ）$\pm$（カ）$\sqrt{2}$　$4\pm2\sqrt{2}$

$\dfrac{(\text{キ})}{(\text{ク})}$　$\dfrac{1}{2}$　（ケ）$-$（コ）$\sqrt{2}$　$4-2\sqrt{2}$

配点　ア〜エ：1点，オカ：1点，キ〜コ：3点

$\boxed{1}$（5点）

解説

(1)　$x^2+mx+3m-5=0$ の判別式を D とすると

$$D=m^2-4\cdot1\cdot(3m-5)=m^2-12m+20$$
$$=(m-2)(m-10)$$

$x^2+mx+3m-5>0$ の解がすべての実数となるための条件は $D<0$ であるから

$$^{ア}2<m<^{イウ}10$$

(2)　$-1<x<2$ を解にもつ2次不等式の1つは　$(x+1)(x-2)<0$

すなわち　$x^2-x-2<0$

よって　$-x^2+x+2>0$

2次不等式 $ax^2+bx+2>0$ の係数と比較して

$$a=^{エオ}-1,\ b=^{カ}1$$

(3)　$|x^2+2x-8|<7$ から　$-7<x^2+2x-8<7$

$-7<x^2+2x-8$ から　$x^2+2x-1>0$

よって　$x<-1-\sqrt{2}$，$-1+\sqrt{2}<x$ ……①

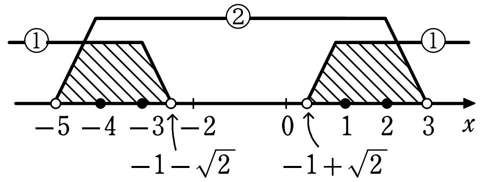
$x^2+2x-8<7$ から　$x^2+2x-15<0$

すなわち　$(x+5)(x-3)<0$

よって　$-5<x<3$ ……②

ここで，$1<\sqrt{2}<2$ であるから

$$-3<-1-\sqrt{2}<-2,$$
$$0<-1+\sqrt{2}<1$$



①，②の共通範囲を求めて

$$-5<x<-1-\sqrt{2},\ -1+\sqrt{2}<x<3$$

よって，不等式を満たす整数 x は

$$-4,\ -3,\ 1,\ 2\quad の\ ^{キ}4\ 個$$

$\boxed{2}$（5点）

解説

(1)　$y=2x^2-ax+a-1$

$$=2\left(x-\frac{a}{4}\right)^2+\frac{-a^2+8a-8}{8}$$

よって，グラフ C の頂点の座標は　$\left(\dfrac{a}{^{ア}4},\ \dfrac{^{イ}-a^2+^{ウ}8a-8}{^{エ}8}\right)$

また，グラフ C が x 軸に接するとき，頂点の y 座標が0となるから

$$\frac{-a^2+8a-8}{8}=0$$

整理して　$a^2-8a+8=0$

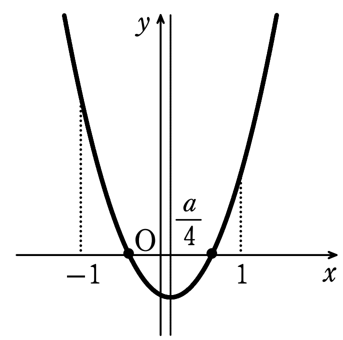
これを解いて　$a=^{オ}4\pm^{カ}2\sqrt{2}$

(2)　$f(x)=2x^2-ax+a-1$ とする．

$f(x)$ の x^2 の係数が正であるから，グラフ C は下に凸の放物線である．

また，(1)から，軸の方程式は　$x=\dfrac{a}{4}$

よって，右の図から，グラフ C が，x 軸の $-1<x<1$ の部分と異なる2点で交わるための条件は



$$\frac{-a^2+8a-8}{8}<0\quad……①$$
$$f(-1)>0\quad……②$$
$$f(1)>0\quad……③$$
$$-1<\frac{a}{4}<1\quad……④$$

①を解いて　$a<4-2\sqrt{2}$，$4+2\sqrt{2}<a$ ……⑤

②から　$2\cdot(-1)^2-a\cdot(-1)+a-1>0$

よって　$a>-\dfrac{1}{2}$ ……⑥

また，$f(1)=2\cdot1^2-a\cdot1+a-1=1>0$ であるから，③はすべての実数 a で成り立つ．

④から　$-4<a<4$ ……⑦

⑤，⑥，⑦の共通範囲を求めて　$-\dfrac{^{キ}1}{^{ク}2}<a<^{ケ}4-^{コ}2\sqrt{2}$