

1 (5点)

次の2直線のなす角 θ を求めよ。ただし $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - 10, \quad y = -3\sqrt{3}x + 2$$

2 (5点)

$0 \leq x < 2\pi$ のとき、不等式 $\sin x - \sqrt{3} \cos x > -1$ を解け。

1 (5点)

解答 $\theta = \frac{\pi}{3}$

2 (5点)

解答 $\frac{\pi}{6} < x < \frac{3}{2}\pi$

1 (5点)

解説

$y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - 10$, $y = -3\sqrt{3}x + 2$ と x 軸の正の向きとのなす角を, それぞれ α , β とする

と $\theta = \beta - \alpha$

$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan \beta = -3\sqrt{3}$ であるから

$$\tan \theta = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} \quad \text{J 2点}$$

$$= \frac{-3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + (-3\sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$$

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ であるから $\theta = \frac{\pi}{3}$ J 3点

2 (5点)

解説

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \quad \text{J 2点}$$

であるから, 不等式は

$$2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) > -1$$

よって $\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) > -\frac{1}{2}$ ①

また, $0 \leq x < 2\pi$ から $-\frac{\pi}{3} \leq x - \frac{\pi}{3} < \frac{5}{3}\pi$

ゆえに, ① から $-\frac{\pi}{6} < x - \frac{\pi}{3} < \frac{7}{6}\pi$ よって $\frac{\pi}{6} < x < \frac{3}{2}\pi$ J 3点