

1 (各1点 計6点)

加法定理の式を書け。

1)  $\sin(\alpha + \beta) =$

2)  $\sin(\alpha - \beta) =$

3)  $\cos(\alpha + \beta) =$

4)  $\cos(\alpha - \beta) =$

5)  $\tan(\alpha + \beta) =$

6)  $\tan(\alpha - \beta) =$

2 (4点)

関数  $y = 4\sin^2\theta - 4\cos\theta + 1$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの  $\theta$  の値を求めよ。

1 (各1点 計6点)

解答

1)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

2)  $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

3)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

4)  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

5)  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

6)  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

2 (4点)

解答  $\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$  のとき最大値 6 ;  $\theta = 0$  のとき最小値 -3

2 (4点)

解説

$$y = 4\sin^2 \theta - 4\cos \theta + 1 = 4(1 - \cos^2 \theta) - 4\cos \theta + 1$$

$$= -4\cos^2 \theta - 4\cos \theta + 5 \quad \text{1点}$$

$\cos \theta = t$  とおくと,  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき

$$-1 \leq t \leq 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$y$  を  $t$  の式で表すと

$$y = -4t^2 - 4t + 5 = -4\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + 6 \quad \text{1点}$$

①の範囲において,  $y$  は

$$t = -\frac{1}{2} \text{ で最大値 } 6, \quad t = 1 \text{ で最小値 } -3$$

をとる。

$0 \leq \theta < 2\pi$  であるから

$$t = -\frac{1}{2} \text{ となるのは, } \cos \theta = -\frac{1}{2} \text{ から } \theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$

$$t = 1 \text{ となるのは, } \cos \theta = 1 \text{ から } \theta = 0$$

したがって  $\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$  のとき最大値 6 1点

$\theta = 0$  のとき最小値 -3 1点

