

高1数学総合SA 確認テスト 後期第5講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (3点)

2つの放物線 $y = x^2 - 2x + 1$, $y = -x^2 + 4x + 1$ と 2 直線 $x = 1$, $x = 2$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

2 (7点)

連立不等式 $y \geq x^2 - 4$, $y \leq x - 2$, $y \geq -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ の表す領域の面積を求めよ。

1 (3点)

解答 $\frac{13}{3}$

2 (7点)

解答 $\frac{63}{16}$

1 (3点)

解説

図のように、 $1 \leq x \leq 2$ では

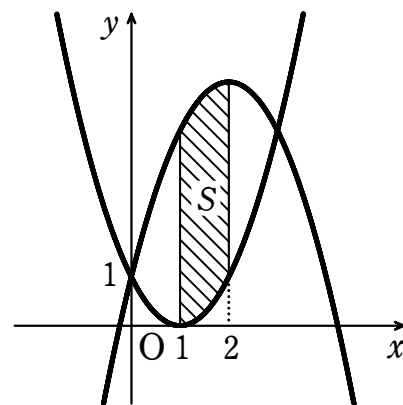
$$x^2 - 2x + 1 < -x^2 + 4x + 1$$

よって

$$S = \int_1^2 \{(-x^2 + 4x + 1) - (x^2 - 2x + 1)\} dx$$

$$= \int_1^2 (-2x^2 + 6x) dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 \right]_1^2$$

$$= \left(-\frac{16}{3} + 12 \right) - \left(-\frac{2}{3} + 3 \right) = \frac{13}{3} \quad \text{「 3点}$$



2 (7点)

解説

境界線の交点の座標は、次の3つの連立方程式の解である。

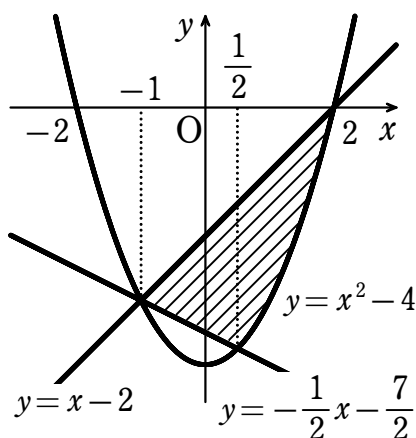
$$\textcircled{1} \begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2} \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2} \end{cases}$$

連立方程式①を解くと $(x, y) = (-1, -3), (2, 0)$

連立方程式②を解くと $(x, y) = (-1, -3), \left(\frac{1}{2}, -\frac{15}{4}\right)$

連立方程式③を解くと $(x, y) = (-1, -3)$

ゆえに、連立不等式の表す領域は図の斜線部分。ただし、境界線を含む。



」 3点

直線 $x = \frac{1}{2}$ と直線 $y = x - 2$ の交点の座標は $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

ゆえに、求める面積 S は

$$S = \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{1}{2} - (-1) \right\} \times \left\{ -\frac{3}{2} - \left(-\frac{15}{4} \right) \right\} + \int_{\frac{1}{2}}^2 \{ (x-2) - (x^2-4) \} dx \quad \text{」 2点}$$

$$= \frac{27}{16} + \int_{\frac{1}{2}}^2 (-x^2 + x + 2) dx = \frac{27}{16} + \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{63}{16} \quad \text{」 2点}$$