高1数学総合SA＋　確認テスト　春期第4講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／　10

$\boxed{1}$ （(1) 3点　(2) 3点　(3) 4点　計10点）

次の数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(1)　$1\cdot1,\ 2\cdot4,\ 3\cdot7,\ 4\cdot10,\ \cdots\cdots$

(2)　$1,\ 1+4,\ 1+4+7,\ \cdots\cdots$

(3)　$\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4},\ \dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8},\ \dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{16},\ \cdots\cdots$

高1数学総合SA＋　確認テスト　春期第4講【解答】

$\boxed{1}$ （(1) 3点　(2) 3点　(3) 4点　計10点）

解答　(1)　$S=\dfrac{1}{2}n(n+1)(2n-1)$　　(2)　$\dfrac{1}{2}n^2(n+1)$　　(3)　$\dfrac{1}{3}n+\dfrac{1}{9}\left\{1-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n\right\}$

$\boxed{1}$ （(1) 3点　(2) 3点　(3) 4点　計10点）

解説

(1)　この数列の第 k 項は　　$k(3k-2)$　　　」1点

ゆえに　$$S_n=\sum_{k=1}^{n}k(3k-2)=\sum_{k=1}^{n}(3k^2-2k)=3\sum_{k=1}^{n}k^2-2\sum_{k=1}^{n}k$$

$$=3\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-2\cdot\frac{1}{2}n(n+1)$$

$$=\frac{1}{2}n(n+1)\{(2n+1)-2\}=\frac{1}{2}n(n+1)(2n-1)$$ 　」2点

(2)　$a_k=1+4+7+\cdots\cdots+\{1+(k-1)\cdot 3\}$

$$=\frac{1}{2}k\{2\cdot 1+(k-1)\cdot 3\}=\frac{1}{2}(3k^2-k)$$ 　」1点

ゆえに　$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}(3k^2-k)=\frac{3}{2}\sum_{k=1}^{n}k^2-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}k$$

$$=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}n(n+1)$$

$$=\frac{1}{4}n(n+1)\{(2n+1)-1\}=\frac{1}{2}n^2(n+1)$$ 　」2点

(3)　$a_k=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2+\cdots\cdots+\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{k-1}$

$$=\frac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^k\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^k\right\}$$ 　」2点

ゆえに　$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^k\right\}=\frac{1}{3}\left\{\sum_{k=1}^{n}1-\sum_{k=1}^{n}\left(-\frac{1}{2}\right)^k\right\}$$

$$=\frac{1}{3}\left(n-\frac{-\frac{1}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}\right)=\frac{1}{3}n+\frac{1}{9}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$ 　」2点