高1数学総合SA　確認テスト　前期第4講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／　10

$\boxed{1}$（各5点　計10点）

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1=6$，$a_{n+1}=6a_n+3^{n+1}$　　　(2)　$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{6a_n+1}$

高1数学総合SA　確認テスト　前期第4講【解答】

$\boxed{1}$（各5点　計10点）

解答　(1)　$a_n=3^n(3\cdot 2^{n-1}-1)$　　(2)　$a_n=\dfrac{3^{n-1}}{3^n-2}$

$\boxed{1}$（各5点　計10点）

解説

(1)　$a_{n+1}=6a_n+3^{n+1}$ の両辺を 3^{n+1} で割ると　$\dfrac{a_{n+1}}{3^{n+1}}=2\cdot\dfrac{a_n}{3^n}+1$

$b_n=\dfrac{a_n}{3^n}$ とおくと　$b_{n+1}=2b_n+1$　……①　」2点

また　$b_1=\dfrac{a_1}{3}=\dfrac{6}{3}=2$

① を変形すると　$b_{n+1}+1=2(b_n+1)$

また　$b_1+1=3$

よって，数列 $\{b_n+1\}$ は，初項 3，公比 2 の等比数列であるから

$b_n+1=3\cdot 2^{n-1}$　すなわち　$b_n=3\cdot 2^{n-1}-1$

したがって　$a_n=3^n\cdot b_n=3^n(3\cdot 2^{n-1}-1)$　」3点

(2)　漸化式から，数列 $\{a_n\}$ の各項は正である。

$a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{6a_n+1}$ の両辺の逆数をとると　$\dfrac{1}{a_{n+1}}=2+\dfrac{1}{3a_n}$

$\dfrac{1}{a_n}=b_n$ とおくと　$b_{n+1}=\dfrac{1}{3}b_n+2$　」2点

これを変形すると　$b_{n+1}-3=\dfrac{1}{3}(b_n-3)$

また　$b_1-3=\dfrac{1}{a_1}-3=1-3=-2$

よって，数列 $\{b_n-3\}$ は初項 -2，公比 $\dfrac{1}{3}$ の等比数列であるから

$b_n-3=-2\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$　すなわち　$b_n=3-\dfrac{2}{3^{n-1}}=\dfrac{3^n-2}{3^{n-1}}$　」2点

したがって　$a_n=\dfrac{1}{b_n}=\dfrac{3^{n-1}}{3^n-2}$　」1点