

1

$0^\circ < \theta < 180^\circ$  を満たす  $\theta$  に対して,  $z = 1 - (\cos 2\theta + i \sin 2\theta)$  とおく.

- (1) 複素数  $z$  を極形式で表せ.
- (2)  $z^{2001}$  が正の実数になるような  $\theta$  の値は全部で何個あるか.

2

$xy$  平面上の円  $x^2 + y^2 = 1$  へ, この円の外部の点  $P(a, b)$  から 2 本の接線を引き, その接点を  $A, B$  とし, 線分  $AB$  の中点を  $Q$  とする.

- (1) 点  $Q$  の座標を  $a, b$  を用いて表せ.
- (2) 点  $P$  が円  $(x-3)^2 + y^2 = 1$  の上を動くとき, 点  $Q$  の軌跡を求めよ.

3

$xy$  平面上の曲線  $C: y = x^3$  上の点  $P$  における接線を, 点  $P$  を中心にして反時計回りに  $45^\circ$  回転して得られる直線を  $L$  とする.  $C$  と  $L$  が, 相異なる 3 点で交わるような点  $P$  の範囲を図示せよ.

4

整数  $n$  に対し  $f(n) = \frac{n(n-1)}{2}$  とおき,  $a_n = i^{f(n)}$  と定める. ただし,  $i$  は虚数単位を表す. このとき,  $a_{n+k} = a_n$  が任意の整数  $n$  に対して成り立つような正の整数  $k$  をすべて求めよ.