$\boxed{1}$

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

(1)　ある生産地で生産されるピーマン全体を母集団とし，この母集団におけるピーマン1個の重さ(単位はg)を表す確率変数を X とする。m と σ を正の実数とし，X は正規分布 $N(m,\ \sigma^2)$ に従うとする。

(i)　この母集団から1個のピーマンを無作為に抽出したとき，重さが m g 以上である確率 $P(X \geqq m)$ は

$$P(X \geqq m) = P\left(\frac{X-m}{\sigma} \geqq \boxed{\text{ア}}\right) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(ii)　母集団から無作為に抽出された大きさ n の標本 X_1，X_2，…，X_n の標本平均を $\overline{X}$ とする。$\overline{X}$ の平均(期待値)と標準偏差はそれぞれ

$$E(\overline{X}) = \boxed{\boxed{\text{エ}}},\qquad \sigma(\overline{X}) = \boxed{\boxed{\text{オ}}}$$

となる。

$n=400$，標本平均が30.0 g，標本の標準偏差が3.6 g のとき，m の信頼度90 % の信頼区間を次の**方針**で求めよう。

> **方針**
>
> Z を標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う確率変数として，$P(-z_0 \leqq Z \leqq z_0) = 0.901$ となる z_0 を正規分布表から求める。この z_0 を用いると m の信頼度90.1 % の信頼区間が求められるが，これを信頼度90 % の信頼区間とみなして考える。

方針において，$z_0 = \boxed{\text{カ}}.\boxed{\text{キク}}$ である。

一般に，標本の大きさ n が大きいときには，母標準偏差の代わりに，標本の標準偏差を用いてよいことが知られている。$n=400$ は十分に大きいので，**方針**に基づくと，m の信頼度90 %の信頼区間は $\boxed{\boxed{\text{ケ}}}$ となる。

$\boxed{\boxed{\text{エ}}}$，$\boxed{\boxed{\text{オ}}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ σ	① σ^2	② $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	③ $\dfrac{\sigma^2}{n}$
④ m	⑤ $2m$	⑥ m^2	⑦ $\sqrt{m}$
⑧ $\dfrac{\sigma}{n}$	⑨ $n\sigma$	ⓐ nm	ⓑ $\dfrac{m}{n}$

$\boxed{\boxed{\text{ケ}}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ $28.6 \leqq m \leqq 31.4$	① $28.7 \leqq m \leqq 31.3$	② $28.9 \leqq m \leqq 31.1$
③ $29.6 \leqq m \leqq 30.4$	④ $29.7 \leqq m \leqq 30.3$	⑤ $29.9 \leqq m \leqq 30.1$

(2) (1) の確率変数 X において，$m=30.0$，$\sigma=3.6$ とした母集団から無作為にピーマンを 1 個ずつ抽出し，ピーマン 2 個を 1 組にしたものを袋に入れていく。このようにしてピーマン 2 個を 1 組にしたものを 25 袋作る。その際，1 袋ずつの重さの分散を小さくするために，次のピーマン分類法を考える。

ピーマン分類法

無作為に抽出したいくつかのピーマンについて，重さが 30.0 g 以下のときを S サイズ，30.0 g を超えるときは L サイズと分類する。そして，分類されたピーマンから S サイズと L サイズのピーマンを一つずつ選び，ピーマン 2 個を 1 個とした袋を作る。

(i) ピーマンを無作為に 50 個抽出したとき，ピーマン分類法で 25 袋作ることができる確率 p_0 を考えよう。無作為に 1 個抽出したピーマンが S サイズである確率は

$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。ピーマンを無作為に 50 個抽出したときの S サイズのピーマンの個数を表す確率変数を U_0 とすると，U_0 は二項分布 $B\left(50,\ \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ に従うので

$$p_0 = {}_{50}\mathrm{C}_{\boxed{\text{シス}}} \times \left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{\boxed{\text{シス}}} \times \left(1-\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{50-\boxed{\text{シス}}}$$

となる。

p_0 を計算すると，$p_0=0.1122\cdots\cdots$ となることから，ピーマンを無作為に 50 個抽出したとき，25 袋作ることができる確率は 0.11 程度とわかる。

(ii) ピーマン分類法で 25 袋作ることができる確率が 0.95 以上となるようなピーマンの個数を考えよう。

k を自然数とし，ピーマンを無作為に $(50+k)$ 個抽出したとき，S サイズのピーマンの個数を表す確率変数を U_k とすると，U_k は二項分布 $B\left(50+k,\ \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ に従う。

$(50+k)$ は十分に大きいので，U_k は近似的に正規分布 $N\left(\boxed{\boxed{\text{セ}}},\ \boxed{\boxed{\text{ソ}}}\right)$ に従い，

$Y=\dfrac{U_k-\boxed{\boxed{\text{セ}}}}{\sqrt{\boxed{\boxed{\text{ソ}}}}}$ とすると，Y は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって，ピーマン分類法で，25 袋作ることができる確率を p_k とすると

$$p_k = P(25 \leqq U_k \leqq 25+k) = P\left(-\frac{\boxed{\boxed{\text{タ}}}}{\sqrt{50+k}} \leqq Y \leqq \frac{\boxed{\boxed{\text{タ}}}}{\sqrt{50+k}}\right)$$

となる。

$\boxed{\boxed{\text{タ}}}=\alpha$，$\sqrt{50+k}=\beta$ とおく。

$p_k \geqq 0.95$ になるような $\dfrac{\alpha}{\beta}$ について，正規分布表から $\dfrac{\alpha}{\beta} \geqq 1.96$ を満たせばよいことがわかる。ここでは

$$\frac{\alpha}{\beta} \geqq 2 \quad \cdots\cdots ①$$

を満たす自然数 k を考えることとする。① の両辺は正であるから，$\alpha^2 \geqq 4\beta^2$ を満たす最小の k を k_0 とすると，$k_0=\boxed{\text{チツ}}$ であることがわかる。ただし，$\boxed{\text{チツ}}$ の計算においては，$\sqrt{51}=7.14$ を用いてもよい。

したがって，少なくとも $\left(50+\boxed{\text{チツ}}\right)$ 個のピーマンを抽出しておけば，ピーマン分類法で 25 袋作ることができる確率は 0.95 以上となる。

$\boxed{\boxed{\text{セ}}}$ ～ $\boxed{\boxed{\text{タ}}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ k	① $2k$	② $3k$	③ $\dfrac{50+k}{2}$
④ $\dfrac{25+k}{2}$	⑤ $25+k$	⑥ $\dfrac{\sqrt{50+k}}{2}$	⑦ $\dfrac{50+k}{4}$