

高1数学総合S(甲陽) 確認テスト 春期第4講

氏名 _____ 得点 / 10

1

$0 \leq \theta \leq 2\pi$ で定義された関数 $f(\theta) = 8\sin^3\theta - 3\cos 2\theta - 12\sin\theta + 7$ の最大値, 最小値と, そのときの θ の値をそれぞれ求めよ。

1

【解答】 $\theta = \frac{3}{2}\pi$ で最大値 14 ; $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$ で最小値 $\frac{1}{2}$

1

$$\begin{aligned} f(\theta) &= 8\sin^3\theta - 3\cos 2\theta - 12\sin\theta + 7 \\ &= 8\sin^3\theta - 3(1 - 2\sin^2\theta) - 12\sin\theta + 7 \\ &= 8\sin^3\theta + 6\sin^2\theta - 12\sin\theta + 4 \quad \text{」 3点} \end{aligned}$$

$\sin\theta = t$ とおくと, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ であるから $-1 \leq t \leq 1$ 」 2点

$g(t) = 8t^3 + 6t^2 - 12t + 4$ とすると

$$\begin{aligned} g'(t) &= 24t^2 + 12t - 12 \\ &= 12(t+1)(2t-1) \end{aligned}$$

$g'(t) = 0$ とすると $t = -1, \frac{1}{2}$

$-1 \leq t \leq 1$ における $g(t)$ の増減表は下のようになる。

t	-1	...	$\frac{1}{2}$...	1
$g'(t)$		-	0	+	
$g(t)$	14	\searrow	$\frac{1}{2}$	\nearrow	6

」 3点

よって, $g(t)$ は $t = -1$ で最大値 14,

$t = \frac{1}{2}$ で最小値 $\frac{1}{2}$ をとる。

$0 \leq \theta \leq 2\pi$ であるから

$t = -1$ のとき $\theta = \frac{3}{2}\pi$; $t = \frac{1}{2}$ のとき $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$

したがって, $f(\theta)$ は $\theta = \frac{3}{2}\pi$ で最大値 14 」 1点

$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$ で最小値 $\frac{1}{2}$ 」 1点