

1

1 から 20 までの目がふられた正二十面体のサイコロがあり、それぞれの目が出る確率は等しいものとする。A, B の 2 人がこのサイコロをそれぞれ 1 回ずつ投げ、大きな目を出した方はその目を得点とし、小さな目を出した方は得点を 0 とする。また同じ目が出た場合は、A, B ともに得点を 0 とする。このとき、A の得点の期待値を求めよ。

2

$a$  を実数とし、 $f(x) = xe^x - x^2 - ax$  とする。曲線  $y = f(x)$  上の点  $(0, f(0))$  における接線の傾きを  $-1$  とする。

- (1)  $a$  の値を求めよ。
- (2) 関数  $y = f(x)$  の極値を求めよ。
- (3)  $b$  を実数とすると、2 つの曲線  $y = xe^x$  と  $y = x^2 + ax + b$  の  $-1 \leq x \leq 1$  の範囲での共有点の個数を調べよ。

3

四面体 OABC は、 $OA = OB = OC = 1$ 、 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$  を満たす。辺 OA 上の点 P と辺 OB 上の点 Q を  $OP = p$ 、 $OQ = q$ 、 $pq = \frac{1}{2}$  となるようにとる。

$p + q = t$  とし、 $\triangle CPQ$  の面積を  $S$  とする。

- (1)  $t$  のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2)  $S$  を  $t$  で表せ。
- (3)  $S$  の最小値、およびそのときの  $p, q$  を求めよ。

4

$\triangle ABC$  は、条件  $\angle B = 2\angle A$ 、 $BC = 1$  を満たす三角形のうちで面積が最大のものであるとする。このとき、 $\cos \angle B$  を求めよ。