

1 波の要素

【解答】 0.50 s, 2.8 m/s

【指針】 媒質の各点が1回の振動に要する時間 T [s] を周期, 1秒当りに振動する回数 f [Hz] を振動数といい, $f = \frac{1}{T}$ の関係が成りたつ。波は1周期 T [s] の間に1波

長 λ [m] 進むので, 波の速さ v [m/s] は $v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$ となる。

【解説】 「 $f = \frac{1}{T}$ 」より, 振動数 $f = 2.0$ Hz であるから

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.0} = \mathbf{0.50 \text{ s}}$$

「 $v = f\lambda$ 」に $f = 2.0$ Hz, 波長 $\lambda = 1.4$ m を代入して
 $v = 2.0 \times 1.4 = \mathbf{2.8 \text{ m/s}}$

2 波の要素

【解答】 (1) 0.40 m (2) 1.0 m/s (3) y 軸の正の向きに 0.10 m 動く

【指針】 問題の図 (y - x 図) から波の要素 (振幅 A , 波長 λ) を読み取る。わずかに時間が経過したときの波形から, 媒質の動く向きを調べる。

【解説】 (1) 図 a のように, 波長は

$$\lambda = \mathbf{0.40 \text{ m}}$$

(2) 図 a より, $t = 0$ s のとき $x = 0.20$ m の位置にある山は, $t = 0.10$ s では $x = 0.30$ m の位置に達する。
したがって

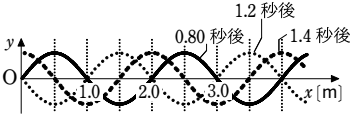
$$v = \frac{0.30 - 0.20}{0.10 - 0} = \frac{0.10}{0.10} = \mathbf{1.0 \text{ m/s}}$$

(3) $t = 0.10$ s のときに初めて図 a の破線の波形になったので, 原点の媒質は図 a の矢印 (↑) のように動く。

したがって, y 軸の正の向きに **0.10 m** 動く。

3 波形の移動

【解答】 (1) 2.5 m/s (2)



【指針】 正弦波は1周期ごとに同じ波形をくり返す。波形をかくには, 経過時間が周期の何倍に当たるかを考えればよい。

【解説】 (1) 問題の図より, 波長 λ [m] は $\lambda = 2.0$ m

1周期 $T = 0.80$ s の間に1波長分進むので

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2.0}{0.80} = \mathbf{2.5 \text{ m/s}}$$

(2) 0.80 秒後は1周期後なので, 波形は問題の図と同じで, 図 a の実線のようになる。
時間 $t_1 = 1.2$ s が周期の何倍であるかを考えると

$$\frac{t_1}{T} = \frac{1.2}{0.80} = 1.5 = 1 + \frac{1}{2} \text{ (周期)}$$

正弦波は1周期ごとに同じ波形をくり返すので, 1.2 秒後の波形は, 問題の図の瞬間から $\frac{1}{2}$ 周期後の波形 (半波長進めた波形) と同じになり, 図 a の点線のようになる^[1]←。

同様に, 時間 $t_2 = 1.4$ s では

$$\frac{t_2}{T} = \frac{1.4}{0.80} = 1.75 = 1 + \frac{3}{4} \text{ (周期)}$$

よって, 1.4 秒後の波形は, 問題の図の瞬間から $\frac{3}{4}$ 周期後の波形と同じになり,

図 a の太破線のようになる^[1]←。

← [1] 【別解】 $t_1 = 1.2$ s の間に波が進む距離 l_1 [m] は

$$l_1 = vt_1 = 2.5 \times 1.2 = 3.0 \text{ m}$$

l_1 が波長 λ の何倍であるかを考えると

$$\frac{l_1}{\lambda} = \frac{3.0}{2.0} = 1 + \frac{1}{2} \text{ (波長)}$$

正弦波は1波長進むごとに同じ波形をくり返すので, 1.2 秒後の波形は, 問題の図を半波長進めた波形と同じになる。同様に, $t_2 = 1.4$ s の間に波が進む距離を l_2 [m] とすると

$$l_2 = vt_2 = 2.5 \times 1.4 = 3.5 \text{ m}$$

よって

$$\frac{l_2}{\lambda} = \frac{3.5}{2.0} = 1 + \frac{3}{4} \text{ (波長)}$$

したがって, 1.4 秒後の波形は, 問題の図を $\frac{3}{4}$ 波長進めた波形と同じになる。

4 波の要素

【解答】 (1) 12 m, 0.2 m, 6.0 s, 2.0 m/s (2) P, R (3) O, S

【指針】 (1) 原点での変位 y が0から0.2 m になる1.5 秒の時間は1/4 周期の時間である。

(2), (3) 媒質の振動の速さは, 山や谷の位置で0, 変位 $y = 0$ の位置で最大となる。速度の向きを知るには, 少し後の波形をかいて, y 軸方向の媒質の変位の向きを調べてみる。

【解説】 (1) 図から $\lambda = \mathbf{12 \text{ m}}$, $A = \mathbf{0.2 \text{ m}}$

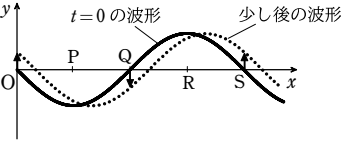
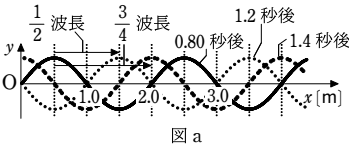
1.5 秒間に正弦波は1/4 波長だけ進んでいるので, 1.5 秒は1/4 周期に相当する。

$$\frac{1}{4}T = 1.5 \quad \text{よって} \quad T = \mathbf{6.0 \text{ s}}$$

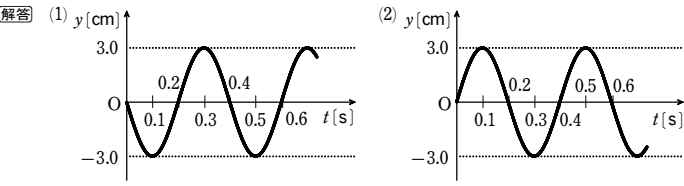
$$\text{また} \quad v = \frac{\lambda}{T} = \frac{12}{6.0} = \mathbf{2.0 \text{ m/s}}$$

(2) 媒質の振動の速度が0の位置は, 谷の位置 **P** と山の位置 **R**。

(3) 変位 $y = 0$ となっている位置 **O**, **Q**, **S** で振動の速さは最大となるが, y 軸の正の向きの速度をもつ位置は **O** と **S** (下図)。



5 y-x 図と y-t 図

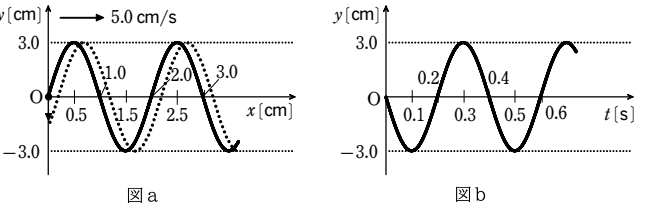


【指針】 y - x 図から y - t 図をかくには, y - x 図上にわずかに時間が経過したときの波形をかいて, 注目している点の媒質が初めにどの向きに動くのかを調べる。振幅や周期を求めて正弦曲線をかけば y - t 図が得られる。

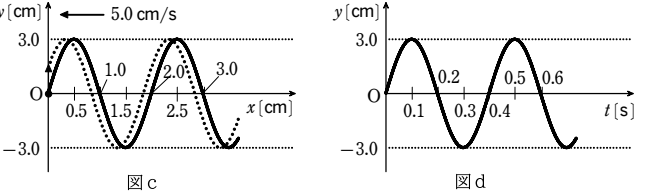
【解説】 (1) 問題の y - x 図より波長は $\lambda = 2.0$ cm である^[1]←。波の速さは $v = 5.0$ cm/s で

$$\text{あるから, 周期は } T = \frac{\lambda^{[2]\leftarrow}}{v} = \frac{2.0}{5.0} = 0.40 \text{ s}$$

原点 **O** での媒質がどのように時間変化するかを調べる。 $t = 0$ s からわずかに時間が経過したときの波形を問題の図に重ねると, 図 a のようになる。 $t = 0$ s での変位は y - x 図より $y = 0$ cm であり, その次の瞬間には下向きに動く (負の向きに変位する)。以上より, 原点 **O** での媒質の変位の時間変化のグラフ (y - t 図)^[3]← は図 b のようになる。



(2) (1) と同様, $t = 0$ s からわずかに時間が経過したときの波形を問題の図に重ねると, 図 c のようになる。 $t = 0$ s での変位は $y = 0$ cm であり, その次の瞬間には上向きに動く (正の向きに変位する)。以上より, 原点 **O** での媒質の変位の時間変化は図 d のようになる。

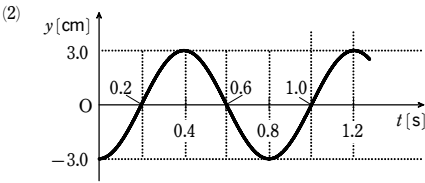
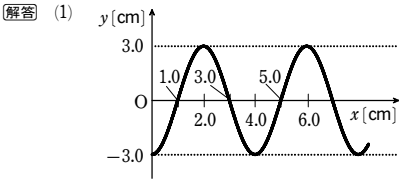


← [1] 波長は波1つ分の長さである。

←[2] 「 $v = \frac{\lambda}{T}$ 」より $T = \frac{\lambda}{v}$

←[3] $y-t$ 図はある位置の媒質の変位の時間変化を表す (横軸が時間 t)。

[6] $y-x$ 図と $y-t$ 図



[指針] $y-x$ 図から $y-t$ 図をかくには、 $y-x$ 図上にわずかに時間が経過したときの波形をかいて、注目している点の媒質がはじめにどの向きに動くのかを調べる。振幅や周期を求めて正弦曲線をかけば $y-t$ 図が得られる。

[解説] (1) 波の速さは $v = 5.0$ cm/s なので、 $t = 0.20$ s までに波が進んだ距離は

$$vt = 5.0 \times 0.20 = 1.0 \text{ cm}$$

よって、問題の図の波形を 1.0 cm 分右に進めればよいので、図 a のようになる。

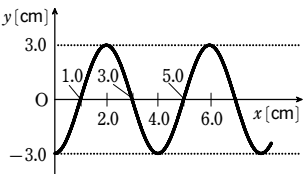


図 a

(2) 問題の図より、波の振幅は 3.0 cm、波長は $\lambda = 4.0$ cm である。周期 T [s] は

$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ より}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{4.0}{5.0} = 0.80 \text{ s}$$

$t = 0$ s からわずかに時間が経過したときの波形を問題の図に重ねると、図 b のようになる。よって、媒質 P は $y = -3.0$ cm から正の向きに変位する。以上より、媒質 P の変位の時間変化は図 c のようになる。

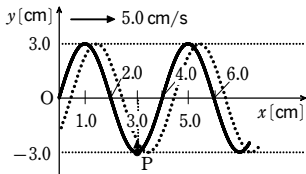


図 b

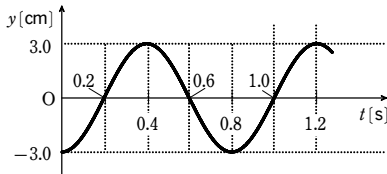


図 c

[7] 縦波

[解答] (1) a, e (2) c, g (3) b, d, f (4) a, e

(問) (1) a, e (2) c, g (3) b, d, f (4) c, g

[指針] (1), (2) 横波表示の変位を時計回りに 90° 回転させ、縦波の変位にもとして調べる。

(3), (4) 縦波でも、媒質の速さは横波表示の山・谷の点で 0 となり、変位 y が 0 の点で最大となる。速度の向きを知るには少し後の横波表示の波形をかく。この間の媒質の動きの向きが y 軸の正の向きならば、振動の速度は x 軸の正の向き (右向き) である。

[解説] y 軸方向に表された変位を x 軸方向にかき直すと図 a のようになる^[1]←。

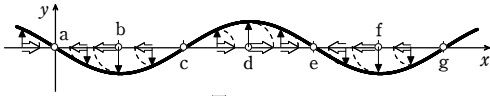


図 a

- (1) 最も密な点は媒質が周囲から集まる点である。よって **a, e**
(2) 最も疎な点は媒質が周囲へ遠ざかる点である。よって **c, g**
(3) 媒質の速度が 0 の点は媒質の変位の大きさが最大の点である。よって **b, d, f**
(4) 媒質の速さが最大となるのは、振動の中心を通過するときである。すなわち、変位が 0 の a, c, e, g である。この 4 点のうち右向きに動いている点は、少し後の波形をかいて調べる (図 b)。

媒質の速度が右向きするとき、これを横波表示にすると y 軸の正の向きとなる。媒質の速度が最大となる a, c, e, g のうち、波形をわずかに進めるとき、媒質が y 軸の正の向きに動いているのは **a, e**

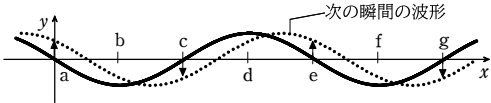


図 b

問 縦波が負の向きに進む場合であっても、注目する時刻の波形が同じであれば、媒質の変位のような図 a と同じになる。よって、(1)～(3) は、正の向きに進む場合と変わらない。

- (1) 最も密な点 … **a, e** (2) 最も疎な点 … **c, g**
(3) 媒質の速度が 0 の点 … **b, d, f**

次に、媒質の速度については、少し後の波形をかいて調べる (図 c)。

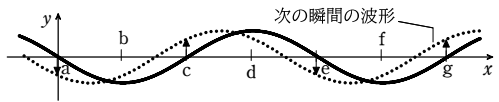
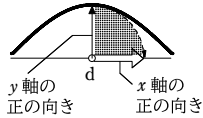


図 c

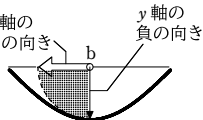
媒質の速度が最大となる a, c, e, g のうち、媒質が y 軸の正の向きに動いているのは c, g

(4) 媒質の速度が右向きに最大の点 … **c, g**

←[1] 点 d のように y 軸の正の向きに表された変位は、 x 軸の正の向きにかき直す。



点 b のように y 軸の負の向きに表された変位は、 x 軸の負の向きにかき直す。



すなわち、図 a からわかるように、 x 軸の正の向きに波形の山から谷に向かう斜面が密部、谷から山に向かう斜面が疎部になる。

[8] 縦波

[解答] t_0, t_8

[指針] 横軸が x のグラフは波形を表し、横軸が t のグラフは媒質の変位の時間変化を表す。この問題では、図 1 がどの時刻での波形を表しているのか、そして図 2 がどの位置での媒質の変位の時間変化を表しているのかが特定できない。そこで、図 1 において媒質の密度が最大になっている位置に注目し、その位置での振動状態に対応する時刻を図 2 からさがせばよい。

[解説] 問題の図 1 に示された y 軸方向の変位を x 軸方向にかき直すと、図 a のようになる^[1]←。

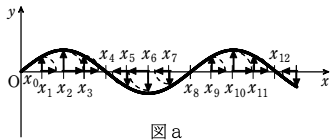


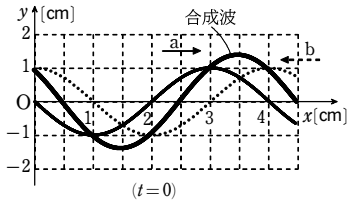
図 a

したがって、この瞬間において媒質の密度が最大になる位置は x_4, x_{12} である。このとき、位置 x_4, x_{12} での媒質の変位は 0 であり、図 1 の波形をわずかに進めると、次の瞬間に変位は正の値になる。図 2 より、変位が 0 から正の値に変化する時刻は **t_0, t_8** である。

←[1] y 軸の正の向きに表された変位は、 x 軸の正の向きに、 y 軸の負の向きに表された変位は、 x 軸の負の向きにかき直す。 x 軸の正の向きに波形の山から谷に向かう斜面が密部、谷から山に向かう斜面が疎部になる。

9 定常波

【解答】(1)



(2) 1.5 cm, 3.5 cm (3) 0.25 s

【指針】定常波では、まったく振動しない所(節)と大きく振動する所(腹)が交互に並ぶ。

【解説】波 a, 波 b の波長 $\lambda = 4.0$ cm

周期 $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{4.0}{2.0} = 2.0$ s

(1) 波の重ねあわせによって 図 1

(2) 図 1 の合成波の波形で、変位の大きさが最大となる位置が腹の位置。
 $x = 1.5$ cm, 3.5 cm

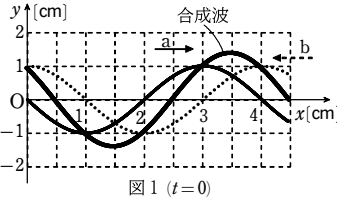


図 1 ($t=0$)

(3) $t=0$ s (図 1 の状態) の後、波 a,

波 b が $\frac{1}{8}\lambda$ ずつ進むと、図 2 のよ

うに、山と山(谷と谷)が重なり、
腹の位置での変位の大きさは最大
になる。 λ 進む時間は T だから

$t = \frac{1}{8}T = \frac{2.0}{8} = 0.25$ s

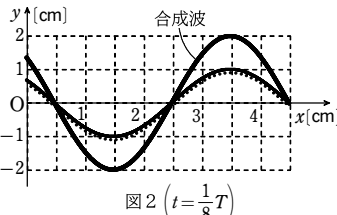
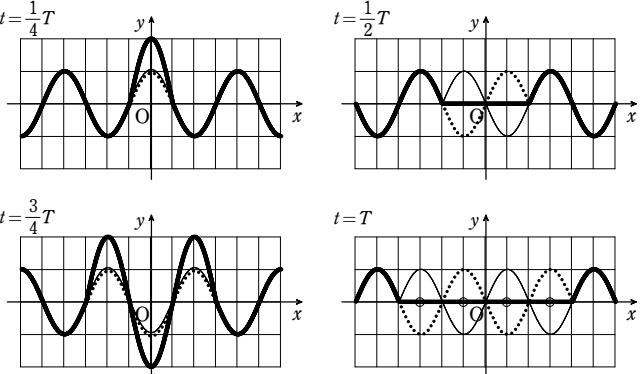


図 2 ($t = \frac{1}{8}T$)

10 定常波

【解答】



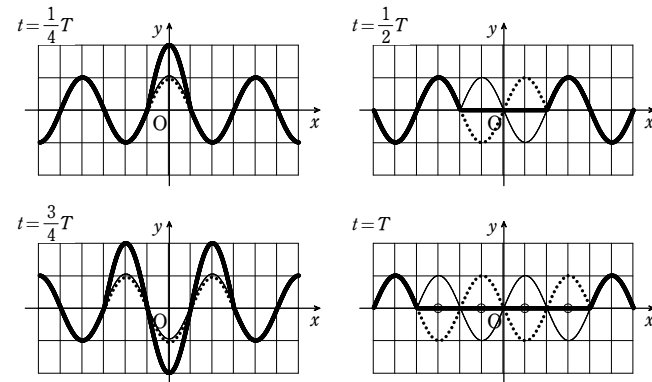
【指針】波は 1 周期の間に 1 波長進むので、 $\frac{1}{4}$ 周期では $\frac{1}{4}$ 波長進む。各時刻について 2 つの正弦波の波形をかき、重ねあわせの原理で合成する。どの時刻でも変位が 0 の点 が合成波の節である。

【解説】2 つの正弦波の波長はともに、問題の図における横軸の目盛りの 4 目盛り分であ

る。したがって、各波は $\frac{1}{4}$ 周期ごとに横軸 1 目盛りだけ右または左に進む。

合成波は 2 つの波を重ねあわせたもので、定常波になる。
定常波の節は変位が 0 のまま振動しない点のことで、等間隔に並ぶ。

以上より、図のようになる⁽¹⁾。



←(1) 【注】 $t=T$ の図では、原点 O などを節と間違ひやすいので注意すること(細破線と細実線は合成前の進行波であり、合成波ではない)。

11 定常波

【解答】(1) 250 Hz, 0.040 m (2) 0.060 m

【指針】反対の向きに同じ速さで進む、波長 λ と振幅 A の等しい波が重なると、定常波ができる。定常波の基本事項をおさえておく。

定常波の振動数(周期)=進行波の振動数(周期)、腹の位置での振幅 $= 2A$

腹と腹(節と節)の間隔 $= \frac{1}{2}\lambda$ 、隣りあう腹と節の間隔 $= \frac{1}{4}\lambda$

【解説】(1) 定常波の振動数は、もとの 2 つの波(進行波)の振動数と同じであるから

$f = 250$ Hz

腹の位置では、もとの 2 つの波が強めあって振幅が 2 倍になるから

$A = 2 \times 0.020 = 0.040$ m

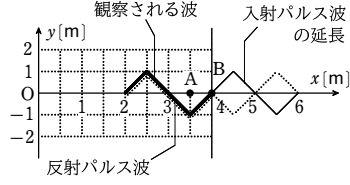
(2) 節と節の間隔は、もとの進行波の波長の半分に等しいから

$d = \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2} \times 0.12 = 0.060$ m

12 パルス波の反射

【解答】(1) 2 m

(2)



【指針】固定端反射では、固定端 B を越えてそのまま進んだとした入射パルス波を、上下反転させたのち、左右に折り返す。入射パルス波と反射パルス波が重なる部分を合成し、合成波をかく。

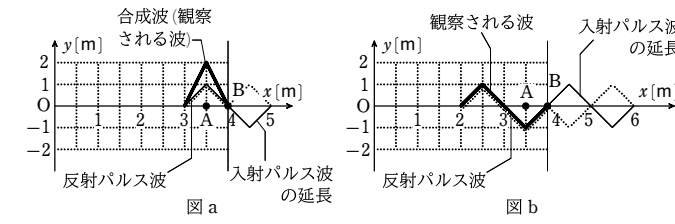
【解説】パルス波が発生した時刻を $t=0$ s とする。

(1) $t=5$ s のとき、点 B を越えてそのまま進んだとした入射パルス波の先端は $x=vt=1 \times 5=5$ m に達している。

このときの、入射波、反射波、合成波は図 a のようになる⁽¹⁾。

図 a から、A 地点の変位は $y=2$ m

(2) $t=6$ s のとき、観察される波形は図 b のようになる。入射パルス波は OB 間にはないので、反射パルス波のみが観察される。

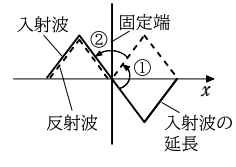


←(1) 固定端での反射波の作図

① 上下を反転させる。

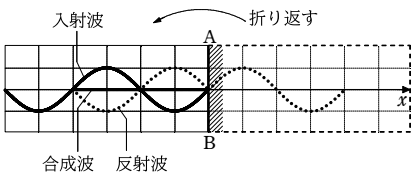
② 固定端で折り返す。

①、②の作図で、入射波の延長を固定点に関して点対称に移した波形が反射波になっている。

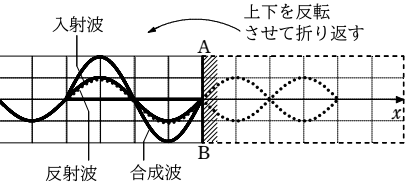


13 正弦波の反射

【解答】(1)



(2)



【指針】自由端では波の山がそのまま山として反射される。固定端では波の山が反転して谷となって反射される。反射波の作図方法は、自由端の場合には、入射波を延長し、自由端を軸に折り返す。固定端の場合には、入射波を延長し、上下反転させたのち、固定端を軸に折り返す。

【解説】波の速さは 1.0 cm/s で

あるから、 $t=4.0$ s のとき、
端 AB をこえてそのまま進んだとした入射波の先端は、端 AB より 4.0 cm (1 波長分) 右に達している。

(1) 図 a 自由端では、入射

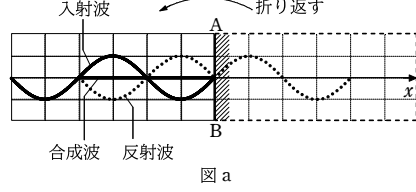
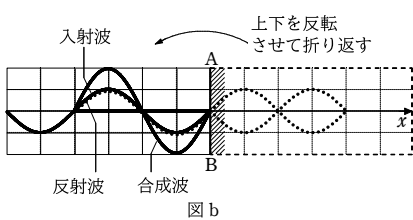


図 a

波の延長を、端 AB を軸にそのまま折り返したものが反射波となる。合成波の波形は入射波と反射波を重ねあわせの原理を用いて合成したものである^{[1]←}。

(2) 図 b 固定端では、入射波の延長を上下反転させて、端 AB を軸に折り返したものが反射波となる。合成波は入射波と反射波を重ねあわせたものである^{[2]←}。



- ←[1] 参考 定常波ができるとき、自由端は腹となる。
←[2] 参考 定常波ができるとき、固定端は節となる。

14 正弦波の反射

解答 (1) 入射波：0.20 m, 反射波：0.20 m, 合成波：0.40 m (2) 3 個
(3) 腹：0.40 m, 節と腹の midpoint：0.28 m

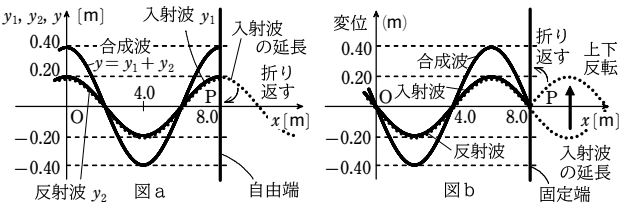
指針 (1) 1.0 秒後の入射波の波形をかき、これをもとに反射波の波形をかいて、合成波を作図する。
(2) 固定端 P は節で、これより左へ半波長ごとに節がある(節と節の間隔は半波長)^{[1]←}。

解説 (1) 1.0 秒後に、入射波 y_1 は $vt = 2.0 \times 1.0 = 2.0$ m だけ x 軸の正の向きに進む。入射波 y_1 の延長をかき、これを点 P で左へ折り返し、反射波 y_2 の波形をかく。 y_1 と y_2 を合成して、合成波 $y = y_1 + y_2$ の波形をかく(図 a)。点 P における変位は

入射波：0.20 m, 反射波：0.20 m, 合成波：0.40 m

(2) 固定端 P は動かないから節である。問題の図より、半波長は 4.0 m であるから、 $x = 8.0$ m, 4.0 m, 0 m が節となる。よって、節の個数は 3 個。

別解 問題の図の時刻について^{[2]←}、(1)と同様の作図を行うと図 b のようになり、OP 間の節の個数が 3 個であることがわかる。



(3) OP 間にできる定常波の腹の振幅は、入射波の振幅 0.20 m の 2 倍である。よって $2 \times 0.20 = 0.40$ m

図 b の合成波の変位の大きさが、各位置での振幅に対応している。図 b の合成波を表す式は

$$y = -0.40 \sin \theta \quad (\theta \text{ は位相を表す})$$

となる。ここで、節と腹の midpoint の位相は $\theta = \frac{\pi}{4}$ であるから

$$\begin{aligned} y &= -0.40 \times \sin \frac{\pi}{4} = -0.40 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= -0.20\sqrt{2} = -0.20 \times 1.4 = -0.28 \text{ m} \end{aligned}$$

となり、この変位の絶対値が、節と腹の midpoint における振動の振幅となる。
よって 0.28 m

←[1] 入射波と反射波が重なって定常波ができるとき、自由端は腹、固定端は節になる。

←[2] 定常波を作図する場合、時刻を適切に選ばないと、合成波が直線になって、どこが腹・節なのかわからないことがある。例えば、(2)の場合、1.0 秒後で作図すると、合成波は直線になってしまう。

15 水面波の干渉

解答 (1) 振幅 0.60 cm で振動する (2) 振動しない
(問) 点 P：振動しない、点 Q：振幅 0.60 cm で振動する

指針 2つの波源の振動が同位相^{[1]←}の場合、各波源からの距離の差が、整数×波長 となる点で波は強めあい、 $(\text{整数} + \frac{1}{2}) \times \text{波長}$ となる点で波は弱めあう。
2つの波源の振動が逆位相^{[1]←}の場合、条件式は逆になる。

解説 (1) A, B から点 P までの距離の差は

$$BP - AP = 5.0 - 3.0 = 2.0 \text{ cm}$$

波長 $\lambda = 2.0$ cm であるから $BP - AP = 1 \times \lambda$

よって、2つの波源の振動は同位相であるから、点 P で波は強めあい、振幅は 2 倍 ($2 \times 0.30 = 0.60$ cm) になる。

したがって、振幅 0.60 cm で振動する。

(2) A, B から点 Q までの距離の差は

$$BQ - AQ = 7.0 - 4.0 = 3.0 \text{ cm}$$

$$\text{よって } BQ - AQ = \frac{3}{2} \lambda = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \lambda$$

したがって、点 Q で 2つの波は弱めあうので、振動しない。

問 2つの波源の振動が逆位相の場合、強めあう条件と弱めあう条件は、同位相の場合と逆になる。点 P では

$$BP - AP = 1 \times \lambda$$

となるので、2つの波は弱めあって、振動しない。一方、点 Q では

$$BQ - AQ = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \lambda$$

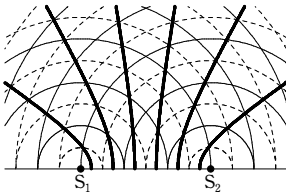
となるので、2つの波は強めあい、振幅は 2 倍になる。よって、振幅 0.60 cm で振動する。

←[1] 媒質の振動状態が等しい → 同位相

媒質の振動状態が逆 → 逆位相

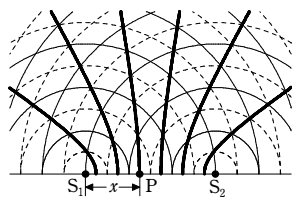
16 水面波の干渉

解答 (1) (2) 6 本



指針 (1) 山の波面と谷の波面の交点で、両波源からの距離の差が等しい点を連ねる。

解説 (1)



(2) 上の図より計 6 本。

別解 節線と線分 S1S2 の交点を P とし、 $S_1P = x$ とする。

$$|S_1P - S_2P| = |x - (6.0 - x)| = |2x - 6.0|$$

半波長は 1.0 cm だから、弱めあう条件は

$$|2x - 6.0| = (2m + 1) \times 1.0 = 2m + 1.0$$

$$2x - 6.0 = \pm(2m + 1.0)$$

$$x = 3.0 \pm (m + 0.5)$$

$$m = 0, 1, 2 \text{ を代入して}$$

$$x = 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5 \text{ cm}$$

($m = 3, 4, \dots$ の場合は不適)

よって、節線の本数は計 6 本。

17 水面波の干渉

解答 (1) 強めあい大きく振動する (2) 弱めあい振動しない

(3) 強めあい大きく振動する (4) 谷、下図 a

(5) 弱めあい振動しない、下図 b

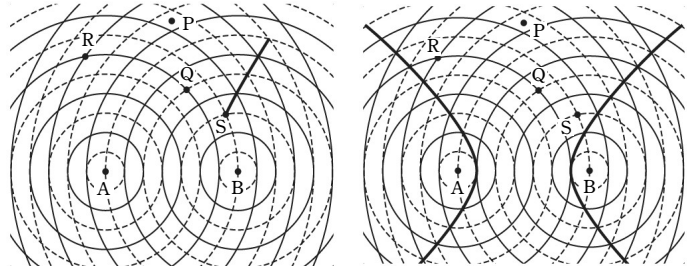


図 a

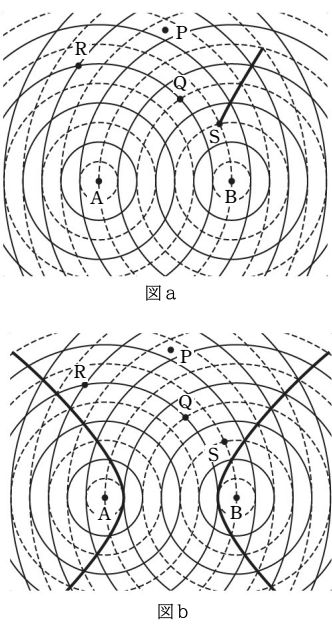
図 b

(6) 7 個、点 A からの距離：0.5 cm, 1.5 cm, 2.5 cm, 3.5 cm, 4.5 cm, 5.5 cm, 6.5 cm

指針 注目する点の両波源 A, B からの距離の差を求め、距離の差と波長の関係を調べる。

解説 (1) 点 P は波源 A, B から等しい距離にある。この点は、A, B から出た波が常に同じ状態で重なりあうので、波が強めあい大きく振動する。

- (2) 図で点 Q は、山と谷がぶつかっている。この点は、波がたえず逆位相で重なりあうので、波が弱めあい振動しない^[1]←。
- (3) 図で点 R は、山と山がぶつかっている。この点は、波がたえず同位相で重なりあうので、波が強めあい大きく振動する^[2]←。
- (4) 図で点 S は、谷と谷がぶつかっているの、谷となる。点 S は A から出た谷の波面と、B から出た谷の波面の交点である。時間が経過するにつれて、これら 2 つの波面はひろがっていくため、その交点(谷)も移動する。0.5 周期後、1 周期後、1.5 周期後、2 周期後の波面の交点をなめらかに結ぶことにより、移動の軌跡は図 a のようになる^[3]←。
- (5) 図 b 水面波の波長 λ [cm] は $\lambda = 2.0$ cm であるから、5.0 cm の距離の差は波長 λ を用いて表すと $\frac{5}{2}\lambda = \left(2 + \frac{1}{2}\right)\lambda$ となる。この点は、波がたえず逆位相で重なりあうので、波が弱めあい振動しない。
- (6) 線分 AB 上の腹の位置を X とし、 $AX = x$ とする。A、B からの距離の差は $|AX - BX| = |x - (7.0 - x)| = |2x - 7.0|$ m ($m = 0, 1, 2, \dots$) を用いると、点 X で波が強めあう条件は $|2x - 7.0| = m\lambda$ $\lambda = 2.0$ cm より $2x - 7.0 = \pm m \times 2.0$ よって $x = 3.5 \pm m \times 1.0$ $0 < x < 7.0$ であるから、 $m = 0, 1, 2, 3$ を代入して $x = 0.5$ cm, 1.5 cm, 2.5 cm, 3.5 cm, 4.5 cm, 5.5 cm, 6.5 cm したがって、腹の数は 7 個^[4]←。
- ←[1] 問題の図より $AQ = 3\lambda$, $BQ = \left(2 + \frac{1}{2}\right)\lambda$ よって $|AQ - BQ| = \frac{1}{2}\lambda$ であるから、点 Q は弱めあう点となる。
- ←[2] 問題の図より $AR = 3\lambda$, $BR = 5\lambda$ よって $|AR - BR| = 2\lambda$ であるから、点 R は強めあう点となる。
- ←[3] 点 S(強めあう点)で観測された谷は、強めあう点を連ねた曲線上を移動する。
- ←[4] 別解 線分 AB の中点は腹になる。腹と腹の間隔が $\frac{\lambda}{2} = 1.0$ cm であることから、腹の位置は下の図のようになる。よって、腹の数は 7 個。



18 波の屈折

解答 (1) 60° (2) 30° (3) 1.7 (4) 10 Hz (5) 2.0 cm

指針 入射角・屈折角は境界面の法線に対する角度であることに注意して、屈折の法則を適用する。振動数は屈折しても変化しない。図の直線は進行方向を表し、波面ではないことに注意する。

解説 (1) 図より $i = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

(2) 図より $r = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

(3) 屈折の法則「 $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}$ 」より

$$n = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3} = 1.7$$

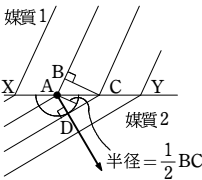
(4) 振動数は屈折しても変化しないので $f_2 = 10$ Hz

(5) 屈折の法則「 $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$ 」より

$$\frac{3.4}{\lambda_2} = 1.7 \quad \text{よって} \quad \lambda_2 = 2.0 \text{ cm}$$

19 波の屈折

解答 (1) (a) 24 cm/s (b) 1.5 cm (2) 媒質 1

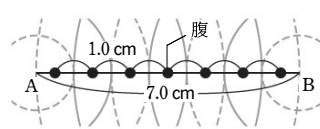


指針 (2) $2.0 = \frac{v_1}{v_2}$ より、 $v_2 = \frac{v_1}{2}$ 媒質 2 での波の速さは媒質 1 での波の速さの半分となる。

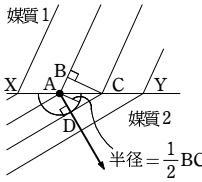
解説 (1) (a) $v_1 = f_1 \lambda_1 = 8.0 \times 3.0 = 24$ cm/s

$$(b) \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12} = 2.0 \quad \lambda_2 = \frac{3.0}{2.0} = 1.5 \text{ cm}$$

(2) 右図のように、媒質 1 での波の進行方向 BC をかく。A で媒質 2 に入った波の速さは、媒質 1 での速さの半分となるから、A を中心として半径が $\frac{1}{2}BC$ の円をかく。



C からこの円に引いた接線の接点を D とすると、AD が屈折波の進行方向となる。よって、CD が屈折波の波面となり、他もこれと平行に入射波の波面とつながった直線をかく。

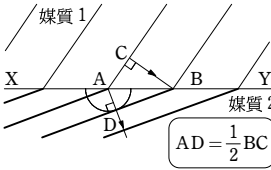


20 波の屈折

解答 (1) 右図の点 C

(2) 右図の点 D

(3) 右図



指針 波の進行方向と波面は垂直で、山は 1 周期の間に 1 波長進む。

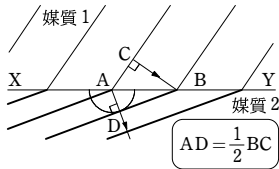
解説 (1) 山の波面の間隔が波長であるから、点 B にある山は 1 周期前には点 A を通る入射波の波面上にあった。よって、点 B から、点 A を通る入射波の波面に垂線を引く。交点が求める点 C である。

(2) 屈折率が 2.0 だから、「 $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$ 」より、媒質 2 中の波長は媒質 1 中の波長の半分

である。よって、点 A を中心として、半径が $\frac{1}{2}BC$ の円をかく。点 B からこの円に

引いた接線の接点が求める点 D である。

(3) 直線 BD と平行に引いた実線が屈折波の波面である。

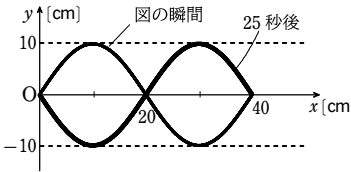


21 波の伝わり方と媒質の振動

解答 (1) $A = 10$ cm, $\lambda = 40$ cm, $T = 10$ s, $v = 4.0$ cm/s (2) 負の向き

(3) 2.5 s (4) $0 \leq x < 10$ (cm), $30 < x \leq 40$ (cm)

(5)



指針 (1) 波源が 1 振動すると 1 波長の波が送り出される。

(2) 波の先端が通過するときの媒質の動きは、振動開始時の波源の動きと同じである。

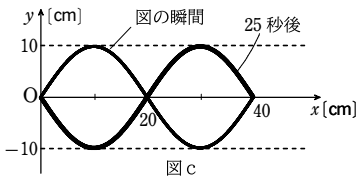
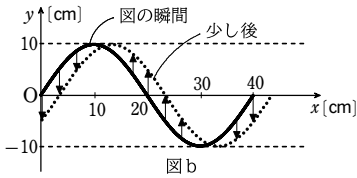
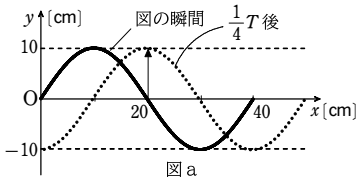
- (3) $x=20\text{ cm}$ の位置では、図の瞬間の $\frac{1}{4}$ 周期後に正の最大変位となる。
- (4) 波をわずかに進め、 y 軸の負の向きに変位する位置 x の範囲を見つける。
- (5) 正弦波は1周期ごとに同じ波形をくり返す。25秒間が何周期に当たるかを考える。

解説 (1) 問題の図から 振幅 $A=10\text{ cm}$ 、波長 $\lambda=40\text{ cm}$

1 波長の波を送り出す時間が周期であるから $T=10\text{ s}$

波の進む速さ $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{40}{10}=4.0\text{ cm/s}$

- (2) 波の先端が通過するときの変位は負であるから、波源が振動を始めた直後の変位の向きは y 軸の負の向き。
- (3) $x=20\text{ cm}$ の位置の媒質の変位が、初めて最大になるのは、図の瞬間から $\frac{1}{4}$ 周期後である(図 a)。よって、求める時間は
- $$t=\frac{1}{4}T=\frac{10}{4}=2.5\text{ s}$$
- (4) 問題の図の瞬間からわずかに進めた波形をかけば、媒質の y 方向の速度の向きがわかる(図 b)。図 b より、速度が y 軸の負の向きである x 座標の範囲は
- $$0\leq x<10\text{ (cm)}$$
- $$30<x\leq 40\text{ (cm)}$$
- (5) 時間 $t=25\text{ s}$ が何周期であるかを考えると
- $$\frac{t}{T}=\frac{25}{10}=2+\frac{1}{2}\text{ (周期)}$$
- 正弦波は1周期ごとに同じ波形をくり返すので、25秒後の波形は、問題の図の瞬間から $\frac{1}{2}$ 周期



後の波形(半波長進めた波形)と同じになる(図 c 参照^[2])。

←[1] 山や谷の位置では、媒質の速さは0であるから

$$0\leq x\leq 10\text{ (cm)}$$

$$30\leq x\leq 40\text{ (cm)}$$

としてはいけない。

←[2] **別解** $t=25\text{ s}$ の間に、山や谷が進む距離 l [cm] は

$$l=vt=4.0\times 25=100\text{ cm}$$

$$\frac{l}{\lambda}=\frac{100}{40}=2+\frac{1}{2}\text{ (波長)}$$

よって、25秒後の波形は、問題の図を半波長進めた波形と同じになる。

22 縦波

解説 (1) (ア) $2fl$

(2) (イ) A または E (ウ) E または A (エ) C (オ) G

(3) (カ) ④ (キ) ④

指針 媒質の速度が0の所は、変位の絶対値が最大的位置(山と谷の位置)。速度の絶対

値が最大の所は変位が0の位置。波形を右へわずかに進めたとき、変位が正になる位置では速度は右向き、変位が負になる位置では速度が左向きである。

また、媒質が最も密または疎な所は変位が0の位置。横波表示の変位を時計回りに90°回転させ、縦波の変位にもどして疎密を調べる。

解説 (1) (ア) 波長を λ とすると $AE=\frac{\lambda}{2}=l$ よって $\lambda=2l$

ゆえに、波の速さ v は $v=f\lambda=f\times 2l=2fl$

(2) (イ)、(ウ) 変位の絶対値が最大(山または谷)の位置であるので

(イ) A (ウ) E (または (イ) E (ウ) A)

(エ)、(オ) 横波表示のグラフ上で変位が正の部分の媒質は右へ、変位が負の部分の媒質は左へずれているから、縦波の変位を矢印で示すと図 a のようになる。したがって

(エ) C (オ) G

(3) (カ) 問題の図の瞬間からわずかに進めた波形は図 b のようになる。媒質の速度は A と E で0、C で正の向き(右向き)に最大、G で負の向き(左向き)に最大だから、

④

(キ) 媒質が最も密な所が C で、最も疎な所が G であるから、媒質の疎密のようすは

④^[1]←

←[1] 変位の絶対値が最大的位置では、この位置の近傍の媒質がいつせいに同じ向きに変位しているので、密度の変化がなく、波がないときの密度と同じである。

23 定常波

解説 腹の位置：B、D、節の位置：A、C、E

指針 問題の図の瞬間では、合成波の変位がどこでも0となり、腹や節の位置がわからない。2つの波をそれぞれ進めてみるとよい。

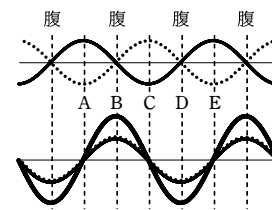
解説 2つの波を、問題の図から $\frac{1}{4}$ 波長進めた波形

と、それらの合成波をかくと、図のようになる。

したがって

腹の位置：B、D

節の位置：A、C、E^[1]←



←[1] **注** 問題の図は合成前の波形であるから、合成後の定常波を表していないことに注意する。節を B、D と間違えないようにする。

24 正弦波の反射

解説 (1) 入射波：0.20 m、反射波：0.20 m、合成波：0.40 m (2) 3個

指針 (1) 1.0秒後の入射波の波形をかき、これをもとに反射波の波形をかいて、合成波を作図する。

(2) 固定端 P は節で、これより左へ半波長ごとに節がある(節と節の間隔は半波長)^[1]←。

解説 (1) 1.0秒後に、入射波 y_1 は $vt=2.0\times 1.0=2.0\text{ m}$ だけ x 軸の正の向きに進む。入射波 y_1 の延長をかき、これを点 P で左へ折り返し、反射波 y_2 の波形をかく。 y_1

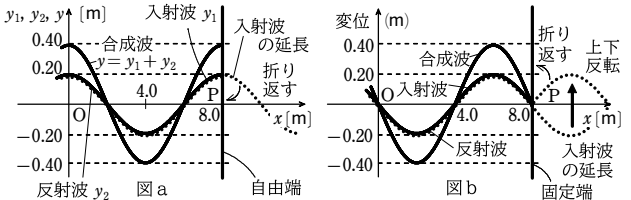
と y_2 を合成して、合成波 $y=y_1+y_2$ の波形をかく(図 a)。

点 P における変位は

入射波：0.20 m、反射波：0.20 m、合成波：0.40 m

(2) 固定端 P は動かないから節である。問題の図より、半波長は 4.0 m であるから、 $x=8.0\text{ m}$ 、4.0 m、0 m が節となる。よって、節の個数は3個。

別解 問題の図の時刻について^[2]←、(1)と同様の作図を行うと図 b のようになり、OP 間の節の個数が3個であることがわかる。



←[1] 入射波と反射波が重なって定常波ができるとき、自由端は腹、固定端は節になる。

←[2] 定常波を作図する場合、時刻を適切に選ばないと、合成波が直線になって、どこが腹・節なのかわからないことがある。たとえば、(2)の場合、1.0秒後で作図すると、合成波は直線になってしまう。

25 水面波の干渉

解説 (1) 0.50 s (2) A：強めあう、B：強めあう (3) 谷

(4) S_1 から：40 cm、 S_2 から：30 cm

指針 (1) 振動数と波長から波の速さを求め、三平方の定理から S_1A の距離を求める。

(2) 2つの波源の振動が同位相の場合、各波源からの距離の差が、整数×波長となる点で波は強めあい、 $\left(\text{整数}+\frac{1}{2}\right)\times\text{波長}$ となる点で波は弱めあう。

(3) 波源からの距離が、整数×波長のときは山、 $\left(\text{整数}+\frac{1}{2}\right)\times\text{波長}$ のときは谷である。

(4) 点 C における S_1 、 S_2 からの波の半径は、それぞれ S_1C 、 S_2C である。0.30秒後には、この間に進んだ距離だけ大きくなった半径の円の交点に、点 C で観測された波は移動する。

解説 (1) 波の速さを v [cm/s] として、「 $v=f\lambda$ 」に振動数 $f=5.0\text{ Hz}$ 、波長 $\lambda=10\text{ cm}$ を代入すると $v=5.0\times 10=50\text{ cm/s}$

$$\triangle S_1AM \text{ に三平方の定理を適用して } S_1A=\sqrt{15^2+20^2}=25\text{ cm}^{[1]}\leftarrow$$

$$\text{よって } t=\frac{S_1A}{v}=\frac{25}{50}=0.50\text{ s}$$

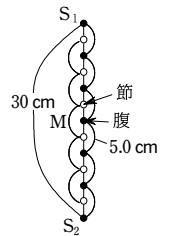
(2) 点 A： $S_1A-S_2A=0\times\lambda$ したがって、強めあう。

$$\text{点 B：} S_1B-S_2B=\sqrt{30^2+40^2}-40=50-40=10\text{ cm}$$

よって $S_1B-S_2B=1\times\lambda$ であるから、強めあう。

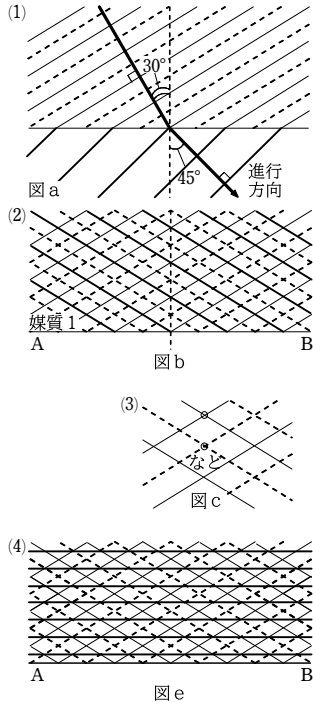
物理練習問題 ～波動編～【解答&解説】

この三角形は辺の長さの比が3:4:5の直角三角形である。
←[2] $S_1C-S_2C=1\times\lambda$, $S_1D-S_2D=1\times\lambda$ だから、点CとDでは2つの波は強めあっている。
点Cを通過した合成波は、図bに点線で示した $m=1$ の腹の線(双曲線)上を進む。
←[3] **【別解】** 線分 S_1S_2 の中点 M は腹になる。これを基準に、腹と節の位置を求めると、右の図のようになる。
よって、節の数は **6 個**。



28 平面波の屈折と反射

- 【解答】** (1) 45° , 図a (2) 図b
(3) 図c, ABに平行に右側へ速さ $2v$ [m/s] で移動する。
(4) 図e $\frac{\sqrt{3}}{3}\lambda$ [m]

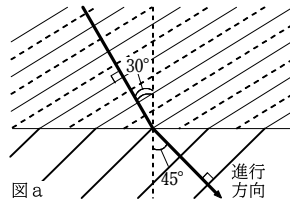


- 【指針】** (1) 屈折の法則 $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$ において $v_1=v$, $v_2=\sqrt{2}v$
(3) 入射波面と反射波面を1秒後の位置まで動かして、強めあう点の動きを調べる。
(4) 節の軌跡をつないだ線が節線となる。

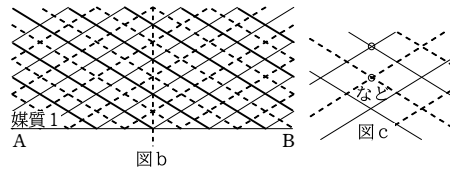
【解説】 (1) 屈折角を r とすると
$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin r} = \frac{v}{\sqrt{2}v} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin r = \sqrt{2} \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{よって} \quad r = 45^\circ$$

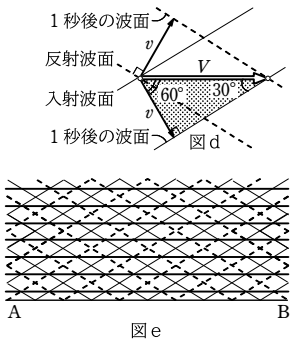
入射波と屈折波の山の線が境界面でつながることに注意して、屈折波をかくと図aのようになる。



(2) 反射の法則により^[1]←、反射角は入射角と同じ 30° になる。反射の際に位相が変わらないから、入射波の山は反射波の山につながるの、反射波の波面は図bのようになる。

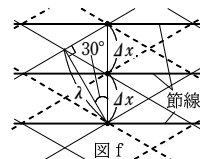


(3) 図bで、山と山(実線どうし)または谷と谷(破線どうし)の交点を1つ選び、図cのように○印をつける。また、入射波面と反射波面を1秒後の位置に動かすと、図dのように波面の交点は右へ移動する^[2]←。
このとき図dの三角形の辺の比から、交点(○印)が移動する速さ V [m/s] は波の速さ v [m/s] の2倍になる。したがって、○印の位置は **ABに平行に右側へ速さ $2v$ [m/s] で移動する。**

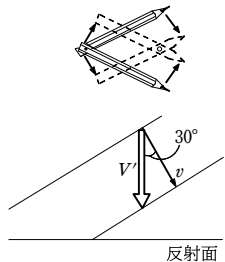


(4) 節となる点は(2)の図で山と谷の交点である。この点も(3)と同様にABに平行に右側へ移動するので、その軌跡をつないだ線が節線となる。したがって、答えは図eとなる。
節線間の距離を Δx [m] とすれば、図fより
$$2\Delta x \cdot \cos 30^\circ = \lambda$$

よって $\Delta x = \frac{\sqrt{3}}{3}\lambda$ [m]^[3]←



- ←[1] 反射の法則
入射角 i = 反射角 j
←[2] 波面や交点の動きは問題図を見ているだけではつかみにくい。鉛筆などを交差させて実際に動かしてみよ。



- ←[3] **【別解】** 平面波が反射面に対して垂直に近づく速さ V' [m/s] は $V' = \frac{v}{\cos 30^\circ}$ と $\frac{1}{\cos 30^\circ}$ 倍になる。したがって、反射面に垂直方向の波長も $\frac{1}{\cos 30^\circ}$ 倍となり、節線間の距離も $\frac{1}{\cos 30^\circ}$ 倍となる。

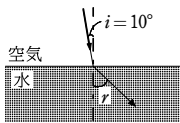
$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\cos 30^\circ} \right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \lambda \text{ [m]}$$

29 音の屈折

- 【解答】** (1) 屈折角のほうが大きい。 (2) 0.70
【指針】 音波に屈折の法則を適用して、入射角と屈折角の関係を求める。
【解説】 (1) 入射角を i , 屈折角を r とする ($0^\circ < i < 90^\circ$, $0^\circ < r < 90^\circ$)。

屈折の法則「 $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$ 」より
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{3.4 \times 10^2}{1.4 \times 10^3} = \frac{340}{1400} < 1$$

よって $\sin i < \sin r$

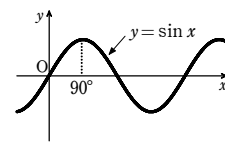


ここで、関数 $\sin x$ は $0^\circ < x < 90^\circ$ の範囲で単調増加するので
 $i < r$ ^[1]← ゆえに、屈折角のほうが大きい^[2]←。

- (2) 入射角 $i = 10^\circ$ のとき、屈折の法則より
$$\frac{\sin 10^\circ}{\sin r} = \frac{340}{1400} \quad \text{よって} \quad \frac{0.17}{\sin r} = \frac{340}{1400}$$

$$\sin r = \frac{1400 \times 0.17}{340} = 0.70$$

- ←[1] $y = \sin x$ のグラフより、 x の値が大きいくほど、 $y = \sin x$ の値も大きいくことがわかる。



- ←[2] 音波の場合には、空気中より水中のほうが速く進むので、屈折角 r は入射角 i より大きくなる(光の場合とは逆になる)。

30 音の干渉

- 【解答】** (1) 2.0 m (2) 強めあう点 (3) 弱めあう点
【指針】 2つの波源から注目する点までの経路差が、整数×波長のときは強めあう点、
 $\left(\text{整数} + \frac{1}{2} \right) \times \text{波長}$ のときは弱めあう点になる。

【解説】 (1) 「 $V = f\lambda$ 」より $3.4 \times 10^2 = (1.7 \times 10^2) \times \lambda$ よって $\lambda = 2.0 \text{ m}$
(2) 点Aは線分 S_1S_2 の垂直二等分線上の点であるから $AS_1 = AS_2$ である。
よって $|AS_1 - AS_2| = 0$
つまり、点Aでは S_1 と S_2 からの音波が同位相で重なりあうので、強めあう点となる。
(3) 問題の図より $BS_1 = 4.0 \text{ m}$ また、三平方の定理より $BS_2 = 5.0 \text{ m}$
よって $|BS_1 - BS_2| = 1.0 \text{ m} = \frac{1}{2} \lambda$
つまり、点Bでは S_1 と S_2 からの音波が半波長ずれて(逆位相で)重なりあうので、弱めあう点となる。

31 音の干渉

- 【解答】** (1) 0.40 m, $8.5 \times 10^2 \text{ Hz}$ (2) $5.0 \times 10^{-2} \text{ m}$

物理練習問題 ～波動編～【解答&解説】

指針 2つの経路(PAQとPBQ)の経路差が $\left(\text{整数}+\frac{1}{2}\right)\times\text{波長}$ のとき、音は弱めあう。

初めの状態では経路差が0であるから、初めて音が聞こえなくなるのは経路差が半波長になるときである。

解説 (1) 2つの音波が弱めあう条件は

$|PAQ-PBQ|=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots)$

PAQを0.10 m引き出したときの経路差は、往復であることに注意して

$|PAQ-PBQ|=2\times 0.10=0.20\text{ m}$

このとき、初めて弱めあうので $m=0$

以上より $0.20=\frac{1}{2}\lambda$ よって $\lambda=\mathbf{0.40\text{ m}}$

「 $V=f\lambda$ 」より $3.4\times 10^2=f\times 0.40$ よって $f=\mathbf{8.5\times 10^2\text{ Hz}}$

(2) 「 $V=f\lambda$ 」より、1オクターブ高い音(振動数が2倍の音)の波長は、もとの音の波長の半分である^[1]。したがって、引き出す距離も半分となる。

よって $\frac{0.10}{2}=0.050=\mathbf{5.0\times 10^{-2}\text{ m}}$

←[1] 音の速さは変わらない。

[32]うなり

解答 442 Hz

指針 振動数と1秒当たりのうなりの回数の式「 $f=|f_1-f_2|$ 」を用いる。

解説 弦楽器の弦と標準おんさとのうなりは毎秒2回であるから^[1]

$2=|f-440|$

よって $f=442\text{ Hz}$ または 438 Hz

弦楽器の弦と低周波発振器とのうなりは毎秒3回であるから

$3=|f-445|$

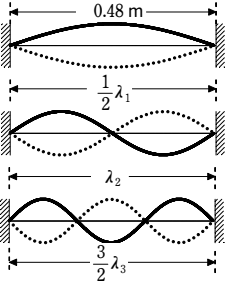
よって $f=448\text{ Hz}$ または 442 Hz

両者の共通解が求める振動数である。よって $f=\mathbf{442\text{ Hz}}$

←[1] **参考** 振動数のわかっているおんさの音と、楽器の音との間で生じたいうなりを聞くことにより、楽器の調律を行うことができる。

[33]弦の振動

解答



$\lambda_1: 0.96\text{ m}$
 $\lambda_2: 0.48\text{ m}$
 $\lambda_3: 0.32\text{ m}$
 $f_1: 1.0\times 10^2\text{ Hz}$
 $f_2: 2.0\times 10^2\text{ Hz}$
 $f_3: 3.0\times 10^2\text{ Hz}$

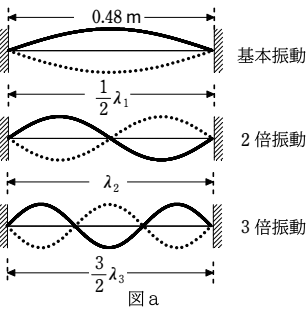
指針 弦が固有振動しているとき、弦には両端が節となる定常波ができています。固有振動の波長は、振動している弦のようすを図示すると求めやすい。

解説 基本振動、2倍振動、3倍振動では、それぞれ、腹が1つ、2つ、3つの定常波ができています。図 a

基本振動のとき $\lambda_1=2\times\frac{0.48}{1}=\mathbf{0.96\text{ m}^{[1]}}$

2倍振動のとき $\lambda_2=2\times\frac{0.48}{2}=\mathbf{0.48\text{ m}^{[1]}}$

3倍振動のとき $\lambda_3=2\times\frac{0.48}{3}=\mathbf{0.32\text{ m}^{[1]}}$



また、それぞれの場合の固有振動数 $f_1, f_2, f_3[\text{Hz}]$ は、「 $v=f\lambda$ 」より

$f_1=\frac{v}{\lambda_1}=\frac{96}{0.96}=\mathbf{1.0\times 10^2\text{ Hz}^{[2]}}$

$f_2=\frac{v}{\lambda_2}=\frac{96}{0.48}=\mathbf{2.0\times 10^2\text{ Hz}^{[2]}}$

$f_3=\frac{v}{\lambda_3}=\frac{96}{0.32}=\mathbf{3.0\times 10^2\text{ Hz}^{[2]}}$

←[1] **別解** 図 a より

$0.48=\frac{1}{2}\lambda_1$

$0.48=\lambda_2$

$0.48=\frac{3}{2}\lambda_3$

より、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求める。

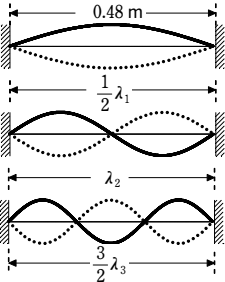
←[2] 固有振動数の間には、次のような関係がある。

$f_2=2\times f_1$ …… 基本振動数の2倍

$f_3=3\times f_1$ …… 基本振動数の3倍

[34]弦の振動

解答



$\lambda_1: 0.96\text{ m}$
 $\lambda_2: 0.48\text{ m}$
 $\lambda_3: 0.32\text{ m}$

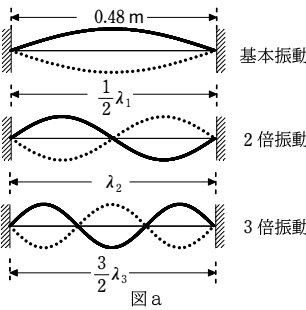
指針 弦が固有振動しているとき、弦には両端が節となる定常波ができています。固有振動の波長は、振動している弦のようすを図示すると求めやすい。

解説 基本振動、2倍振動、3倍振動では、それぞれ、腹が1つ、2つ、3つの定常波ができています。図 a

基本振動のとき $\frac{1}{2}\lambda_1=0.48 \quad \lambda_1=\mathbf{0.96\text{ m}^{[1]}}$

2倍振動のとき $\lambda_2=\mathbf{0.48\text{ m}^{[1]}}$

3倍振動のとき $\frac{3}{2}\lambda_3=0.48 \quad \lambda_3=\mathbf{0.32\text{ m}^{[1]}}$



←[1] **別解** 波長 $\lambda=2\times(\text{節}\sim\text{節})$ と考えて

$\lambda_1=2\times\frac{0.48}{1}=\mathbf{0.96\text{ m}}$

$\lambda_2=2\times\frac{0.48}{2}=\mathbf{0.48\text{ m}}$

$\lambda_3=2\times\frac{0.48}{3}=\mathbf{0.32\text{ m}}$

[35]弦の振動

解答 (1) 0.80 m (2) 96 m/s (3) $1.6\times 10^2\text{ Hz}$

指針 弦を伝わる波の波長は、振動のようすを図示すると求めやすい。

解説 (1) 弦の振動のようすは図 a のようになる。

よって $\lambda=\frac{2}{3}\times 1.2=\mathbf{0.80\text{ m}}$

(2) 「 $v=f\lambda$ 」より $v=(1.2\times 10^2)\times 0.80=\mathbf{96\text{ m/s}}$

(3) 弦の振動のようすは図 b のようになる。よって、このときの波長を $\lambda'[\text{m}]$ とすると

$\lambda'=\frac{1}{2}\times 1.2=0.60\text{ m}$

「 $v=f\lambda$ 」より

$f=\frac{96}{0.60}=\mathbf{1.6\times 10^2\text{ Hz}^{[1]}}$

←[1] **別解** (1), (2) の振動は3倍振動なので

$f_3=3f_1$ (f_1 : 基本振動数)

(3) の振動は4倍振動なので

$f=4f_1=4\times\frac{1}{3}f_3=\frac{4}{3}\times(1.2\times 10^2)=\mathbf{1.6\times 10^2\text{ Hz}}$

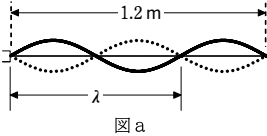


図 a

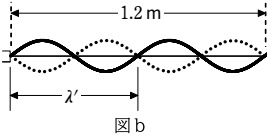


図 b

[36]弦の振動

解答 170 m/s

指針 弦の振動では、固有振動の振動数と、それにより聞こえる音の振動数は同じである。

物理練習問題 ～波動編～【解答&解説】

解説 弦の基本振動の振動数 (= 音波の振動数)^{[1]←}を f [Hz]、波長を λ [m] とし、空気中を伝わる音波の波長を $\lambda_0 = 1.00$ m とする。図より

$$\frac{\lambda}{2} = 0.250 \quad \text{よって} \quad \lambda = 0.500 \text{ m}$$

空気中を伝わる音波について

$$V = f\lambda_0 \text{ より} \quad f = \frac{V}{\lambda_0} = \frac{340}{1.00} = 340 \text{ Hz}$$

弦の振動について

$$v = f\lambda \text{ より} \quad v = 340 \times 0.500 = \mathbf{170 \text{ m/s}}$$

←[1] 弦が、固有振動数と等しい振動数で空気を振動させ、それが空気中を速さ V で伝わる。

[37]弦の振動

【解答】 (1) 0.80 m (2) 2.0×10^2 m/s (3) 2.5×10^2 Hz (4) $\frac{9}{16}$ 倍

【指針】 (1) 弦を伝わる波の波長は、振動のようすを図示すると求めやすい。

(2) 弦を伝わる波の速さは、「 $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ 」の式を用いて求める。

(4) おもりの質量を変えても、振動数は変化しない。

【解説】 (1) 弦の振動のようすは図 a のようになる。

$$\text{よって} \quad \lambda = 2 \times \frac{1.2}{3} = \mathbf{0.80 \text{ m}}$$

(2) 張力の大きさ S は、おもりの重さに等しい。

$$\text{よって} \quad S = 2.0 \times 9.8 \text{ N}$$

「 $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ 」より

$$v = \sqrt{\frac{2.0 \times 9.8}{4.9 \times 10^{-4}}} = \sqrt{\frac{4.0}{10^{-4}}} = \sqrt{4.0 \times 10^4} = \mathbf{2.0 \times 10^2 \text{ m/s}}$$

(3) 「 $v = f\lambda$ 」より $2.0 \times 10^2 = f \times 0.80$

$$\text{よって} \quad f = \mathbf{2.5 \times 10^2 \text{ Hz}}$$

(4) 弦の振動のようすは図 b のようになる^{[2]←}。

よって、このときの波長を λ' [m] とす

$$\text{ると} \quad \lambda' = \frac{1}{2} \times 1.2 = 0.60 \text{ m}$$

初め(腹が 3 個)と後(腹が 4 個)、おもりの質量をそれぞれ m 、 m' [kg] とし、弦の線密度を ρ [kg/m]、重力加速度の大きさを g [m/s²] とおく。それぞれの場合の弦を伝わる波の速さ v 、 v' [m/s] は

$$v = \sqrt{\frac{mg}{\rho}} \quad \cdots \cdots \text{①} \quad v' = \sqrt{\frac{m'g}{\rho}} \quad \cdots \cdots \text{②}$$

$$\text{② 式} \div \text{① 式より} \quad \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{m'g}{\rho}}}{\sqrt{\frac{mg}{\rho}}} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$$

$$\text{ゆえに} \quad \frac{m'}{m} = \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \left(\frac{f\lambda'}{f\lambda}\right)^2 = \left(\frac{f \times 0.60}{f \times 0.80}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \mathbf{\frac{9}{16}} \text{ 倍}$$

←[1] 弦の振動では弦に定常波ができていて、腹と節の位置が固定され、波形は進まないように見える。これは、端に進む波と端から反射される波とが重なった結果できた合成波を見ているからで、それぞれ、進行する波、反射する波は常に $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ で表される速さ v で進んでいる。

←[2] 振動数は変わらないが、弦を伝わる波の速さが変わるので、波長が変化する。

[38]弦を伝わる波の速さ

【解答】 1.4×10^2 m/s

【指針】 弦を伝わる波の速さの式「 $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ 」を用いる。線密度 ρ [kg/m] は、弦の質量 m [kg] を弦の長さ l [m] でわることによって得られる。

【解説】 弦の線密度を ρ [kg/m] とすると

$$\rho = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{1.0} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

弦を引く力の大きさを S [N] とすると、これはおもりにはたらく重力の大きさに等しいので

$$S = 2.0 \times 9.8 \text{ N}$$

$$\text{「} v = \sqrt{\frac{S}{\rho}} \text{」より} \quad v = \sqrt{\frac{2.0 \times 9.8}{1.0 \times 10^{-3}}} \stackrel{[1] \leftarrow}{=} \mathbf{1.4 \times 10^2 \text{ m/s}}$$

$$\begin{aligned} \leftarrow [1] \quad \sqrt{\frac{2.0 \times 9.8}{1.0 \times 10^{-3}}} &= \sqrt{2 \times 98 \times 10^2} = \sqrt{2 \times 2 \times 49 \times 10^2} = \sqrt{2^2 \times 7^2 \times 10^2} \\ &= 2 \times 7 \times 10 = 1.4 \times 10^2 \end{aligned}$$

[39]閉管と開管

【解答】 ①

【指針】 ガラス管を耳につけると閉管になり、耳から離すと開管になる。管内の気柱に定常波が生じるとき、開いた端には腹が、閉じた端には節ができる(ここでは開口端補正を考えない)。騒がしい街中はさまざまな振動数の音に満ちており、ガラス管内の気柱の固有振動数と一致する音は共鳴して強く聞こえる。

【解説】 ガラス管の長さを l 、音の速さを V とする。

閉管、開管の基本振動の波長をそれぞれ

λ_1 、 λ_1' とすると、図 a より

$$l = \frac{\lambda_1}{4} \quad \text{よって} \quad \lambda_1 = 4l$$

$$l = \frac{\lambda_1'}{2} \quad \text{よって} \quad \lambda_1' = 2l$$

閉管、開管の基本振動数をそれぞれ f_1 、 f_1' とすると、

「 $V = f\lambda$ 」より

$$f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{4l}$$

$$f_1' = \frac{V}{\lambda_1'} = \frac{V}{2l}$$

$f_1 < f_1'$ であるから、低く聞こえるのは、① (閉管) の場合である。

[40]気柱の振動

【解答】 (1) 右図 (2) 0.80 m (3) 4.3×10^2 Hz

【指針】 (1) 管の底以外に定常波の節が 1 か所あるのは、3 倍振動である。

【解説】 (1) 定常波のようすは図 a のようになる^{[1]←}。

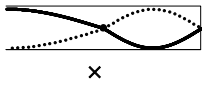
$$(2) \text{ 図 b より} \quad \lambda = 4 \times \frac{0.60}{3} = \mathbf{0.80 \text{ m}}$$

(3) 「 $V = f\lambda$ 」より

$$3.4 \times 10^2 = f \times 0.80$$

$$\text{よって} \quad f = 4.25 \times 10^2 \approx \mathbf{4.3 \times 10^2 \text{ Hz}}$$

←[1] **【注】** 閉管の中心に節があると考えるはいけない。



[41]気柱の振動

【解答】 (1) 0.80 m (2) 4.3×10^2 Hz

【指針】 気柱の定常波の波形から波長を読み取る。「開口端補正は無視する」とあるので、開口端の位置が定常波の腹に一致している。

【解説】 (1) 図より $\frac{3}{4}\lambda = 0.60$

$$\text{よって} \quad \lambda = \mathbf{0.80 \text{ m}}$$

(2) 「 $V = f\lambda$ 」より

$$3.4 \times 10^2 = f \times 0.80$$

$$\text{よって} \quad f = 4.25 \times 10^2 \approx \mathbf{4.3 \times 10^2 \text{ Hz}}$$

[42]気柱の振動

【解答】 (1) 34 cm (2) 1.0×10^3 Hz (3) 2.5×10^2 Hz

【指針】 「開口端補正は無視する」とあるので、両開口端の位置を腹とするような定常波が生じる。隣りあう節と節(腹と腹)の間隔は、半波長に等しい。

【解説】 (1) 定常波のようすは図 a のようになる。

$$\text{よって} \quad \lambda = 2 \times 17 = \mathbf{34 \text{ cm}}$$

(2) 「 $V = f\lambda$ 」より

$$3.4 \times 10^2 = f \times 0.34 \stackrel{[1] \leftarrow}{=}$$

$$\text{よって} \quad f = \mathbf{1.0 \times 10^3 \text{ Hz}}$$

(3) 基本振動のときの定常波のようすは図 b のようになる。このときの波長は図 a に比べ 4 倍になっている。

音の速さは変わらないので、「 $V = f\lambda$ 」より、

$$f_1 \text{ は } f \text{ の } \frac{1}{4} \text{ 倍になっている} \stackrel{[2] \leftarrow}{=}$$

$$\text{よって} \quad f_1 = \frac{1}{4} \times (1.0 \times 10^3) = \mathbf{2.5 \times 10^2 \text{ Hz}}$$

←[1] 速さの単位 m/s にあわせ、波長の単位は m にして代入する点に注意。

←[2] (1)、(2) は 4 倍振動であるから、 $f = 4f_1$ が成りたつと考えてもよい。

[43]気柱の振動

【解答】 (1) 56.0 cm、1.0 cm (2) 336 m/s (3) 69.0 cm (4) 1.00×10^3 Hz

(5) 少し短くする

【指針】 気柱の定常波の波形から波長を読み取る。開口端補正があるため、開口端の位置 O が定常波の腹に一致していない点に注意。



図 a



図 b

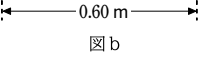


図 a



図 b

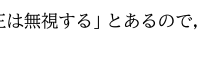


図 a

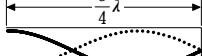


図 b



図 a

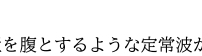


図 b



図 a

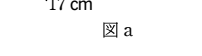


図 b

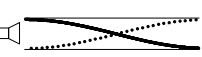


図 a



図 b

解説 (1) 位置 A、B で共鳴するときの定常波のようすは図 a、b のようになる。これより

$AB = \frac{\lambda}{2}$

よって

$\lambda = 2 \times (41.0 - 13.0) = \mathbf{56.0 \text{ cm}}$
(= 0.560 m)

また、図 a より

$\Delta l = \frac{1}{4}\lambda - OA$

$= \frac{56.0}{4} - 13.0$

$= \mathbf{1.0 \text{ cm}}$

(2) 「 $V = f\lambda$ 」より $V = 600 \times 0.560^{[1]} = \mathbf{336 \text{ m/s}}$

(3) 位置 C で共鳴するときの定常波のようすは図 c のようになる。位置 C は位置 B より半波長分右にずれるので

$OC = OB + \frac{1}{2}\lambda = 41.0 + 28.0 = \mathbf{69.0 \text{ cm}}$

(4) このときの定常波のようすは図 d のようになる。波長を λ' とすると、B までの気柱の長さ (Δl を含む) は、図 b と同じであるから

$41.0 + 1.0 = \frac{\lambda'}{4} \times 5$ よって $\lambda' = 33.6 \text{ cm} = 0.336 \text{ m}$

ゆえに $f' = \frac{V}{\lambda'} = \frac{336}{0.336}^{[1]} = 1000 = \mathbf{1.00 \times 10^3 \text{ Hz}^{[2]}}$

← [1] 速さの単位 m/s にあわせ、波長の単位は m にして代入する点に注意。

← [2] 音の速さが変わらず、振動数が大きくなるので、図 d のように波長は短くなる。

← [3] **別解** ピストンの位置が B のとき、図 b は 3 倍振動なので $f = 3f_1$ (f_1 : 基本振動数)

図 d は 5 倍振動なので

$f' = 5f_1 = 5 \times \frac{1}{3}f$

$= \frac{5}{3} \times 600 = \mathbf{1.00 \times 10^3 \text{ Hz}}$

[44] 気柱の振動

解答 (1) 56.0 cm, 1.0 cm (2) 336 m/s (3) 69.0 cm (4) $1.00 \times 10^3 \text{ Hz}$

指針 気柱の定常波の波形から波長を読み取る。開口端補正があるため、開口端の位置 O が定常波の腹に一致していない点に注意。

解説 (1) 位置 A、B で共鳴するときの定常波のようすは図 a、b のようになる。これより

$AB = \frac{\lambda}{2}$

よって

$\lambda = 2 \times (41.0 - 13.0) = \mathbf{56.0 \text{ cm}}$ (= 0.560 m)

また、図 a より

$\Delta l = \frac{1}{4}\lambda - OA$

$= \frac{56.0}{4} - 13.0$

$= \mathbf{1.0 \text{ cm}}$

(2) 「 $V = f\lambda$ 」より $V = 600 \times 0.560^{[1]} = \mathbf{336 \text{ m/s}}$

(3) 位置 C で共鳴するときの定常波のようすは図 c のようになる。位置 C は位置 B より半波長分右にずれるので

$OC = OB + \frac{1}{2}\lambda = 41.0 + 28.0 = \mathbf{69.0 \text{ cm}}$

(4) このときの定常波のようすは図 d のようになる^[2]。波長を λ' とすると、B までの気柱の長さ (Δl を含む) は、図 b と同じであるから

$41.0 + 1.0 = \frac{\lambda'}{4} \times 5$ よって $\lambda' = 33.6 \text{ cm} = 0.336 \text{ m}$

ゆえに $f' = \frac{V}{\lambda'} = \frac{336}{0.336}^{[1]} = 1000 = \mathbf{1.00 \times 10^3 \text{ Hz}^{[3]}}$

← [1] 速さの単位 m/s にあわせ、波長の単位は m にして代入する点に注意。

← [2] 音の速さが変わらず、振動数が大きくなるので、図 d のように波長は短くなる。

← [3] **別解** ピストンの位置が B のとき、図 b は 3 倍振動なので $f = 3f_1$ (f_1 : 基本振動数)

図 d は 5 倍振動なので

$f' = 5f_1 = 5 \times \frac{1}{3}f$

$= \frac{5}{3} \times 600 = \mathbf{1.00 \times 10^3 \text{ Hz}}$

[45] 気柱の密度の変化

解答 (1) A と B (2) 20 cm (3) 20 cm (4) 節 (5) 節

指針 音波は縦波 (疎密波) である。横波で表された音波を縦波にかき直すことによって、媒質の疎密、すなわち密度が小さいか大きいかを判断する。

解説 (1) 開管でも定常波ができるのは、開口端でも音波が反射されるからである。つまり、管の両端である **A** と **B** で反射する。

(2) 媒質の位置を縦波のように表すと図 a のようになる。これより、密度が最大の位置 (密の位置) は A から **20 cm** にあることがわかる。

(3) (2) と同様に図をかくと図 b のようになる。これより、密度が最小の位置 (疎の位置) は A から 20 cm にあることがわかる。

(4) (2)、(3) より、時間によって密度が最大になったり最小になったりする所は、**節** の位置であることがわかる^[1]。

(5) 空気の密度が高いほど、空気の圧力は大きい。したがって、空気の圧力が最も大きく変化する点は、(4) と同じく**節** の位置である。

← [1] 節の位置では媒質は振動していないが、密度の変化は最大である。

[46] 気柱の密度の変化

解答 (1) A と B (2) 20 cm (3) 20 cm (4) 節

指針 音波は縦波 (疎密波) である。横波で表された音波を縦波にかき直すことによって、媒質の疎密、すなわち密度が小さいか大きいかを判断する。

解説 (1) 開管でも定常波ができるのは、開口端でも音波が反射されるからである。つまり、管の両端である **A** と **B** で反射する。

(2) 媒質の位置を縦波のように表すと図 a のようになる。これより、密度が最大の位置 (密の位置) は A から **20 cm** にあることがわかる。

(3) (2) と同様に図をかくと図 b のようになる。これより、密度が最小の位置 (疎の位置) は A から 20 cm にあることがわかる。

(4) (2)、(3) より、時間によって密度が最大になったり最小になったりする所は、**節** の位置であることがわかる^[1]。

← [1] 節の位置では媒質は振動していないが、密度の変化は最大である。

[47] 気柱の振動と温度変化

解答 $\lambda' = \lambda$, $f' > f$

指針 気温の上昇による管の変形が無視できるので、気温が上昇して音の速が大きくなっても、波長は変わらない。

解説 気温が上昇すると、音の速さ V は大きくなる。気温の上昇による管の変形はないので、定常波の波形は変わらず、波長も変わらない。

したがって、「 $V = f\lambda$ 」の関係式より振動数は大きくなる。以上より

$\lambda' = \lambda$
 $f' > f$

[48] 音波と空気の密度

解答 (ア) 疎密 (または 縦) (イ) $\frac{4}{5}f$ [m] (ウ) $\frac{5V}{4l}$ [Hz] (エ) ② (オ) [b]

指針 問題の図 2 より、時刻 t では点 P が密部になっている。これより、まず時刻 t での変位の図 (波形) を問題の図 3 から選べば、時刻 $t + \frac{T}{2}$ での波形は、それを半波長分進めた波形となる。

物理練習問題 ～波動編～【解答&解説】

解説 (ア) 疎密(または縦)

(イ) 問題の図 2 より、PQ 間の距離が $\frac{5}{4}$ 波長
分に対応していることがわかる。

よって $l = \frac{5}{4}\lambda$ より $\lambda = \frac{4}{5}l$ [m]

(ウ) 「 $V = f\lambda$ 」より $f = \frac{V}{\lambda} = V \times \frac{5}{4l} = \frac{5V}{4l}$ [Hz]

(エ) 時刻 t における波形のようすは図 a のようになる。これは問題の ④ に対応している。時刻 $t + \frac{T}{2}$ ではさらに半波長分進むので、答えは ② である。

(オ) ② の波形をわずかに進めると、点 P の媒質は下向きに変位する。これは x 軸の負の向きの変位に対応する。答えは [b]

49 音の干渉

解答 (1) $\lambda = 0.10$ m, $f = 3.4 \times 10^3$ Hz (2) 4 か所 (3) ② (4) ⑤

指針 点 O, Q は強めあう点、点 P は弱めあう点になっている。2 つの音源からの経路差は、点 O では 0、点 P では半波長分、点 Q では波長 1 つ分である。

解説 (1) 問題の図より、 $S_1Q = 1.20$ m である。
 S_2Q の距離は、三平方の定理を用いて (図 a) ^{(1)←}

$$S_2Q = \sqrt{1.20^2 + 0.50^2} = \sqrt{\frac{12^2 + 5^2}{100}} = 1.30 \text{ m}$$

S_1Q と S_2Q の経路差が波長 1 つ分であるから
 $\lambda = 1.30 - 1.20 = \mathbf{0.10 \text{ m}}$

「 $V = f\lambda$ 」より
 $3.4 \times 10^3 = f \times 0.10$
よって $f = \mathbf{3.4 \times 10^3 \text{ Hz}}$

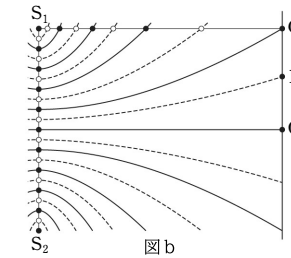
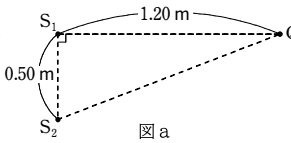
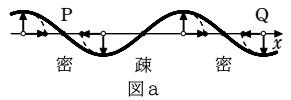
(2) S_1S_2 間には定常波が生じている。その節と腹の位置を求め、 S_1S_2 を通る、節を連ねた線(破線)と、腹を連ねた線(実線)をかくと図 b のようになる ^{(2)←}。ここで、点 Q は

$$S_2Q - S_1Q = 1 \times \lambda$$

を満たすので、点 Q は $m = 1$ の腹の線上にあることがわかる。よって、線分 S_1Q は 4 本の節の線と交わる。ゆえに、 S_1Q 間には、音が極小となる所は **4** か所できる。

(3) 音源の位相を逆にした場合にも、音は干渉する。互いに逆位相の 2 つの音源から発せられた音の干渉条件は、同位相の場合と逆になる。したがって、同位相の場合に強めあっていた点 O, Q は弱めあう点となり、音の大きさは極小になる。一方、同位相の場合に弱めあっていた点 P は強めあう点となり、音の大きさは極大になる。よって、② が正解となる。

(4) 前問までのように、振動数、振幅の等しい 2 つの音が干渉するとき、時間にかかわらず音の大きさが常に極大となる点、常に極小となる点が現れる。一方、本問のように振動数がわずかに異なる 2 つの音が重なりあうと、時間とともに音の大きさが変化するうなりが生じる ^{(3)←}。そのため、OQ 間どこでもうなりが生じるので、⑤ が正解となる。



← [1] 辺の長さの比が 5 : 12 : 13 の直角三角形になっている。

← [2] 節と節(腹と腹)の間隔 $= \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2} \times 0.10 = 0.050$ m

← [3] 音源 S_1 , S_2 からの音波の振動数をそれぞれ f_1 , f_2 とすると、1 秒当たりのうなりの回数 f は
 $f = |f_1 - f_2|$

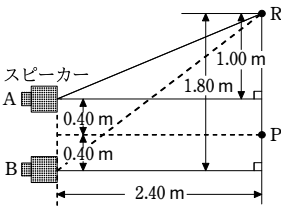
50 音の干渉

解答 (1) 点 Q では、2 つの音源からの経路差が半波長分あり、音が弱めあう。それに対し、点 R では、2 つの音源からの経路差が波長 1 つ分あり、音が強めあうため。
(2) 8.5×10^2 Hz
(3) B のスピーカーだけをはじめの振幅で鳴らすのと同じ波形が観測される。

指針 点 P, R は強めあう点、点 Q は弱めあう点になっている。2 つの音源からの経路差は、点 P では 0、点 Q では半波長分、点 R では波長 1 つ分である。

解説 (1) 点 Q では、2 つの音源からの経路差が半波長分あり、音が弱めあう。それに対し、点 R では、2 つの音源からの経路差が波長 1 つ分あり、音が強めあうため。

(2)



三平方の定理を用いて、BR と AR の距離を求める。

$$BR = \sqrt{2.40^2 + 1.80^2} = 3.00 \text{ m} \quad (1) \leftarrow$$

$$AR = \sqrt{2.40^2 + 1.00^2} = 2.60 \text{ m} \quad (2) \leftarrow$$

この経路差が波長 1 つ分であるから、波長を λ [m] とすると
 $\lambda = 3.00 - 2.60 = 0.40$ m

「 $V = f\lambda$ 」より $3.4 \times 10^2 = f \times 0.40$
よって $f = \mathbf{8.5 \times 10^2 \text{ Hz}}$

(3) 点 B にもとの振幅の音を出すスピーカーが 2 台あると考える。点 Q では、点 A と B のスピーカー各 1 台からの音が弱めあうので、結局、B のスピーカーだけをはじめの振幅で鳴らすのと同じ波形が観測される。

← [1] 辺の長さの比が 3 : 4 : 5 の直角三角形になっている。
← [2] 辺の長さの比が 5 : 12 : 13 の直角三角形になっている。

51 弦の振動とうなり

解答 (1) 208 Hz (2) 416 m/s (3) 1.04 m
(4) 弦から出た音の振動数が 200 Hz より高い場合：1.02 m、
弦から出た音の振動数が 200 Hz より低い場合：1.06 m

指針 基本振動の波長 λ は、弦の長さ l を用いて $\lambda = 2l$ と表すことができる。これより、 l が長くなると λ が長くなり、したがって弦から出た音の振動数 f は小さくなる。うなりが生じなかったとき、弦から出た音とおんさから出た音の振動数は等しく、

200 Hz である。毎秒 8 回のうなりが生じたとき、 l は前者より短いので、振動数は大きい、すなわち $f_1 > 200$ Hz となる。

解説 (1) 図より、弦の基本振動の波長は $\lambda = 2l$
よって、基本振動の振動数は、弦を伝わる波の速さを v として

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l} \quad \cdots \cdots \text{①}$$

と表される。弦の長さ l を 1.00 m から少し長くすると、① 式より振動数は小さくなる。このとき、うなりが生じなかったとすると、弦はおんさと同じく 200 Hz で振動している。したがって、弦の長さが $l = 1.00$ m のときには弦の振動数 f_1 は 200 Hz よりも大きかったことがわかる。

したがって、うなりの式「 $f = |f_1 - f_2|$ 」より

$$8 = f_1 - 200 \quad \text{よって} \quad f_1 = \mathbf{208 \text{ Hz}}$$

(2) 「 $v = f\lambda$ 」より $v = f_1\lambda = 208 \times (2 \times 1.00) = \mathbf{416 \text{ m/s}}$

(3) うなりが生じなかったときの振動数は $f = 200$ Hz

「 $v = f\lambda$ 」より $416 = 200 \times 2l$
よって $l = \mathbf{1.04 \text{ m}}$

(4) 弦からの音の振動数 (f_1' とする) のほうが f より高い場合：弦の長さを l_1 とすると、(2) で求めた v の値を使って

$$f_1' - f = \frac{416}{2l_1} - 200 = 4 \quad \text{したがって} \quad l_1 = \mathbf{1.02 \text{ m}}$$

弦からの音の振動数 (f_2' とする) のほうが f より低い場合：弦の長さを l_2 とすると

$$f - f_2' = 200 - \frac{416}{2l_2} = 4 \quad \text{したがって} \quad l_2 = \mathbf{1.06 \text{ m}}$$

52 弦の振動

解答 (1) $6l$ (2) $\frac{6l}{v}$ (3) $\frac{v}{l}$ (4) 8 個 (5) $\frac{v}{2l}$, 5 個

指針 弦 PQ の長さを L ($= 3l$) とし、固有振動の波長 λ_m 、振動数 f_m の公式を使う。

基本振動は $m = 1$ の場合である。 $\lambda_m = \frac{2L}{m}$, $f_m = \frac{v}{\lambda_m} = \frac{mv}{2L}$ ($m = 1, 2, 3, \dots$)
と表される。

解説 (1) 基本振動の波長

$$\lambda_1 = 2L = 2 \times 3l = \mathbf{6l} \quad (1) \leftarrow$$

(2) 基本振動の振動数 f_1 は

$$v = f_1\lambda_1 \quad \text{より} \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{6l}$$

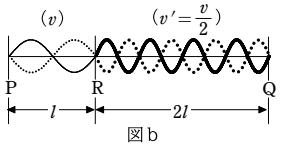
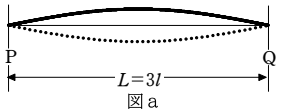
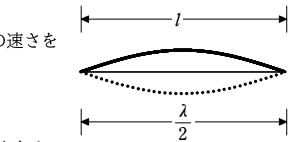
よって、周期 T_1 は

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{6l}{v}$$

(3) 弦 PR, 弦 RQ は、電磁おんさの振動数 f と同じ振動数で振動している。弦 PR の定常波の波長 λ は $\lambda = l \quad (2) \leftarrow$

よって $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{l} \quad \cdots \cdots \text{①}$

(4) 弦 RQ の定常波の波長を λ' とすると、 $v' = f\lambda'$, $v' = \frac{v}{2}$ より



$\lambda' = \frac{v'}{f} = \frac{v}{2f}$ ②

①, ② 式より $\lambda' = \frac{l}{2}$

腹 1 つ分の弦の長さは $\frac{\lambda'}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{l}{2} = \frac{l}{4}$ であるから、弦 RQ に生じる定常波の腹の

数は $2l \div \left(\frac{l}{4}\right) = \mathbf{8 \text{ 個}^{\text{②}}}$

(5) 弦が初めて共振したとき、弦 PR, 弦 RQ に生じている定常波の腹の数および波長を、それぞれ n_1 , n_2 および λ_1 , λ_2 とすると

$\lambda_1 = 2 \times \frac{l}{n_1}, \lambda_2 = 2 \times \frac{2l}{n_2},$

$v = f_0 \lambda_1, \frac{v}{2} = f_0 \lambda_2$

より $n_2 = 4n_1$

n_1, n_2 は正の整数で、振動数 f_0 (最も小さい共振振動数) は、 $n_1 = 1, n_2 = 4$ のときで

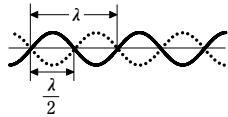
あるから (図 c) $\lambda_1 = 2 \times \frac{l}{n_1} = 2 \times \frac{l}{1} = 2l$

よって $f_0 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2l}$ ③

また、PQ 間の腹の数は $n_1 + n_2 = 1 + 4 = \mathbf{5 \text{ 個}}$

← [1] 波長 $\lambda = 2 \times (\text{節} \sim \text{節})$

腹の数 2 つ分の弦の長さに等しい。



← [2] 弦 PR の振動は 2 倍振動, 弦 RQ の振動は 8 倍振動である。

← [3] この場合の共振振動数 $f_0 \left(= \frac{v}{2l} \right)$ は、(3), (4) の場合の共振振動数 $f \left(= \frac{v}{l} \right)$ の

$\frac{1}{2}$ 倍であり、PQ 間に生じる定常波の腹の数も $\frac{1}{2}$ 倍に減少している。

弦 PR の振動は基本振動, 弦 RQ の振動は 4 倍振動である。

53 弦の振動

【解答】 (1) $4.0 \times 10^2 \text{ m/s}$ (2) 0.40 m (3) 20 N

【指針】 (2) 基本振動だから 波長 $\lambda_1 = 2L$, 振動数は $f = 5.0 \times 10^2 \text{ Hz}$ で、これと (1) で求めた波の速さから λ_1 を求めれば L が求まる。

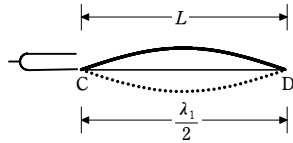
(3) 腹が 2 個あるので波長 $\lambda_2 = L$ で、振動数 f は変わらないから、波の速さ v_2 が求まる。線密度が変わらないから、波の速さは張力の平方根に比例する。

【解説】 (1) $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ に、 $S = 80 \text{ N}$, $\rho = 5.0 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$ を代入して

$$v = \sqrt{\frac{80}{5.0 \times 10^{-4}}} = \sqrt{16 \times 10^4} = \mathbf{4.0 \times 10^2 \text{ m/s}}$$

(2) $v = f \lambda_1$ より $\lambda_1 = 2L = \frac{v}{f}$ ①

したがって $L = \frac{v}{2f} = \frac{4.0 \times 10^2}{2 \times 5.0 \times 10^2} = \mathbf{0.40 \text{ m}}$



(3) このときの波の速さを $v_2 [\text{m/s}]$ とすると、波長 $\lambda_2 = L$ で、振動数 f は変わらないから

$v_2 = f \lambda_2 = fL$

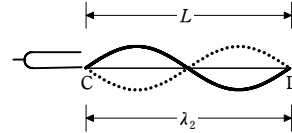
また、① 式より $v = 2fL$

求める張力を $S_2 [\text{N}]$ とすると

$\frac{v_2}{v} = \frac{fL}{2fL} = \frac{1}{2}$

また $\frac{v_2}{v} = \frac{\sqrt{\frac{S_2}{\rho}}}{\sqrt{\frac{S}{\rho}}} = \sqrt{\frac{S_2}{S}} = \sqrt{\frac{S_2}{80}}$

よって $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{S_2}{80}}$ したがって $S_2 = \frac{1}{4} \times 80 = \mathbf{20 \text{ N}}$



54 気柱の振動

【解答】 (1) $\frac{4}{7} l_0$ (2) $\frac{9}{7}$ 倍

【指針】 (2) 振動数が f のとき、気柱の長さ l_0 が $\frac{1}{4}$ 波長の何個分かを考える。

【解説】 (1) l_0 と $\frac{9}{7} l_0$ の差が節と節の間隔であり、半波長に等しい。

$\frac{\lambda}{2} = \frac{9}{7} l_0 - l_0$ よって $\lambda = \frac{4}{7} l_0$

(2) 閉管が共鳴するとき、気柱の長さは $\frac{1}{4}$ 波長の奇数倍になっている。振動数が f のとき、気柱の長さ l_0 が $\frac{1}{4}$ 波長の何個分かを求めると

$\frac{l_0}{\frac{\lambda}{4}} = l_0 \times \frac{4}{\lambda} = 4l_0 \times \frac{7}{4l_0} = 7$

よって 7 個分である^①。振動数を大きくして、次に共鳴が起こるのは気柱の長さ l_0

が $\frac{1}{4}$ 波長の 9 個分となるときである。そのときの音波の波長を λ' とすると

$l_0 = 9 \times \frac{\lambda'}{4}$ よって $\lambda' = \frac{4}{9} l_0$

音の速さを V とすると $V = f \lambda, V = f' \lambda'$ よって $f \lambda = f' \lambda'$

$\frac{f'}{f} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{4}{7} l_0 \times \frac{9}{4l_0} = \frac{9}{7}$ よって $\frac{9}{7}$ 倍^②

← [1] このとき、7 倍振動している。

← [2] 【別解】 振動数が f のとき、7 倍振動であるから

$f = 7f_1$ (f_1 : 基本振動数)

振動数が f' のとき、9 倍振動であるから

$f' = 9f_1$ よって $f' = \frac{9}{7} f$

55 正弦波の式

【解答】 (1) $y = 0.20 \sin 4\pi t$ (2) $y = 0.20 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.50} - \frac{x}{20} \right)$

【指針】 単振動の式 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$, 正弦波の式 $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ を用いる。

【解説】 (1) 図から振幅 0.20 m , 周期 0.50 秒であるから、「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」より

$y = 0.20 \sin \frac{2\pi}{0.50} t = \mathbf{0.20 \sin 4\pi t}$

(2) 波長が 20 m なので、「 $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ 」より

$y = \mathbf{0.20 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.50} - \frac{x}{20} \right)}$

56 正弦波の式

【解答】 (1) $A = 1.0 \text{ m}$, $T = 0.040 \text{ s}$, $\lambda = 0.40 \text{ m}$, $f = 25 \text{ Hz}$, $v = 10 \text{ m/s}$, x の正の向き

(2) $y = 1.0 \sin 50\pi t$ (3) $y = 0 \text{ m}$

【指針】 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right)$ か、 $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ と比較する。

【解説】 (1) $y = 1.0 \sin 50\pi \left(t - \frac{x}{10} \right) = 1.0 \sin 2\pi \left(25t - \frac{25}{10} x \right)$

$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ と比較すると

$A = \mathbf{1.0 \text{ m}}$

また、 t と x の係数を比較して

$\frac{1}{T} = 25$ よって $T = \frac{1}{25} = \mathbf{0.040 \text{ s}}$

$\frac{1}{\lambda} = \frac{25}{10}$ よって $\lambda = \frac{10}{25} = \mathbf{0.40 \text{ m}}$

「 $f = \frac{1}{T}$ 」より $f = \mathbf{25 \text{ Hz}}$

「 $v = f \lambda$ 」より $v = 25 \times 0.40 = \mathbf{10 \text{ m/s}}$

進む向きは x の正の向き。

(2) ① 式に $x = 0 \text{ m}$ を代入して

$y = 1.0 \sin 50\pi \left(t - \frac{0}{10} \right)$

$= \mathbf{1.0 \sin 50\pi t}$

(3) ① 式に $t = 1.0 \text{ s}$, $x = 5.0 \text{ m}$ を代入して

$y = 1.0 \sin 50\pi \left(1.0 - \frac{5.0}{10} \right)$

$= 1.0 \sin 25\pi$

$= \mathbf{0 \text{ m}}$

【注】 m を整数とすると $\sin m\pi = 0$ である。

57 単振動の式

【解答】 $A = 0.3 \text{ m}$, $T = 0.5 \text{ s}$, $f = 2 \text{ Hz}$

【指針】 単振動をする物体の、時刻 t における変位を表す式「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」と比較して、

振幅 A , 周期 T を求める。振動数 f は「 $f = \frac{1}{T}$ 」の関係から求められる。

【解説】 単振動の式「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」と与えられた式を比較して

$A = \mathbf{0.3 \text{ m}}$

$4\pi = \frac{2\pi}{T}$ より $T = \mathbf{0.5 \text{ s}}$

「 $f=\frac{1}{T}$ 」より $f=\frac{1}{0.5}=\mathbf{2\text{ Hz}}$

58 正弦波の式

【解答】 $A:0.20\text{ m}$, $T:0.40\text{ s}$, $\lambda:20\text{ m}$, $f:2.5\text{ Hz}$, $v:50\text{ m/s}$

【指針】 正弦波の式「 $y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ 」と与えられた式を比較する。

【解説】 与えられた式を変形すると

$$\begin{aligned} y &= 0.20\sin \pi(5.0t-0.10x) \\ &= 0.20\sin 2\pi(2.5t-0.050x) \\ &= 0.20\sin 2\pi\left(\frac{t}{0.40}-\frac{x}{20}\right) \end{aligned}$$

これと正弦波の式「 $y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ 」を比較して^[1]←

$$A=\mathbf{0.20\text{ m}}, \quad T=\mathbf{0.40\text{ s}}, \quad \lambda=\mathbf{20\text{ m}}$$

「 $f=\frac{1}{T}$ 」より $f=\frac{1}{0.40}=\mathbf{2.5\text{ Hz}}$

「 $v=f\lambda$ 」より $v=2.5\times 20=\mathbf{50\text{ m/s}}$

←[1] 【別解】

$$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \text{ を } y=A\sin \pi\left(\frac{2}{T}t-\frac{2}{\lambda}x\right)$$

と変形して、問題の式と比較してもよい。

$$\frac{2}{T}=5.0, \quad \frac{2}{\lambda}=0.10$$

59 正弦波の式

【解答】 (1) $T=0.25\text{ s}$, $v=24\text{ m/s}$ (2) $y=2.0\cos 8.0\pi\left(t-\frac{x}{24}\right)$

【指針】 (1) 原点は単振動をしている。単振動の式が $\cos$ を用いた式で与えられた場合でも、 $\sin$ の場合と同様に考えることができる。

(2) 原点から位置 $x[\text{m}]$ まで振動が伝わるのに時間 $\frac{x}{v}[\text{s}]$ かかる。よって、与えられた式の t を $t-\frac{x}{v}$ で置きかえればよい。

【解説】 (1) 与えられた式と単振動の式「 $y=A\cos \frac{2\pi}{T}t$ 」を比較して

$$\frac{2\pi}{T}=8.0\pi \quad \text{よって} \quad T=\mathbf{0.25\text{ s}}$$

「 $v=\frac{\lambda}{T}$ 」より $v=\frac{6.0}{0.25}=\mathbf{24\text{ m/s}}$

(2) 与えられた式の t を $\left(t-\frac{x}{v}\right)$ ^[1]←で置きかえればよい。よって

$$y=\mathbf{2.0\cos 8.0\pi\left(t-\frac{x}{24}\right)}$$

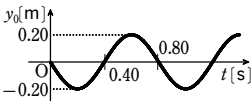
←[1] x 軸上を負の向きに進む正弦波のときは、 t を $t+\frac{x}{v}$ で置きかえる。

60 正弦波の式

【解答】 (1) $A=0.20\text{ m}$, $\lambda=4.0\text{ m}$, $T=0.80\text{ s}$

(2) 右図, $y_0=-0.20\sin 2.5\pi t$

(3) $y=-0.20\sin 2.5\pi\left(t-\frac{x}{5.0}\right)$



(4) 0.20 m

【指針】 (2) 原点は、時刻 $t=0$ のときに変位 $y=0$ であり、次の瞬間に負の向きに変位する。よって、その変位は単振動の式「 $y=-A\sin \frac{2\pi}{T}t$ 」で表される。

【解説】 (1) 問題の図より $A=\mathbf{0.20\text{ m}}$, $\lambda=\mathbf{4.0\text{ m}}$

波の速さが $v=5.0\text{ m/s}$ であるから、「 $v=\frac{\lambda}{T}$ 」より

$$T=\frac{\lambda}{v}=\frac{4.0}{5.0}=\mathbf{0.80\text{ s}}$$

(2) 原点の、時刻 $t[\text{s}]$ における変位 $y_0[\text{m}]$ のようすをグラフに表すと図 a のようになる。これを式で表すと

$$\begin{aligned} y_0 &= -A\sin \frac{2\pi}{T}t \\ &= -0.20\sin \frac{2\pi}{0.80}t \\ &= \mathbf{-0.20\sin 2.5\pi t} \end{aligned}$$

(3) (2) の式の t を $t-\frac{x}{v}$ で置きかえればよい。よって

$$y=\mathbf{-0.20\sin 2.5\pi\left(t-\frac{x}{5.0}\right)}$$

(4) (3) の式に、 $t=2.0\text{ s}$, $x=31\text{ m}$ を代入すればよい。よって

$$\begin{aligned} y &= -0.20\sin 2.5\pi\left(2.0-\frac{31}{5.0}\right) \\ &= -0.20\sin(-10.5\pi) \\ &= -0.20\times(-\sin 10.5\pi)^{[1]} \leftarrow \\ &= 0.20\sin\left(\frac{\pi}{2}+10\pi\right) \\ &= 0.20\sin \frac{\pi}{2}^{[2]} \leftarrow = \mathbf{0.20\text{ m}} \end{aligned}$$

←[1] 三角関数の公式 $\sin(-\theta)=-\sin \theta$ を用いた。

←[2] 三角関数の公式 $\sin(\theta+2n\pi)=\sin \theta$ を用いた(n は整数)。

61 正弦波の式

【解答】 (1) $A:0.15\text{ m}$, $\lambda:24\text{ m}$, $T:0.40\text{ s}$

(2) $y_0=0.15\sin 5.0\pi t$

(3) $y=0.15\sin 5.0\pi\left(t-\frac{x}{60}\right)$

【指針】 (1) 図から振幅と波長がわかり、波は 0.10 秒間に $AA'=6.0\text{ m}$ 進んだということから波の速さがわかる。

(2) 原点は、時刻 $t=0$ のときに変位 $y=0$ であり、次の瞬間に正の向きに変位する。よって、その変位は単振動の式「 $y=A\sin \frac{2\pi}{T}t$ 」で表される。

(3) (2) の式の t を $t-\frac{x}{v}$ で置きかえる。

【解説】 (1) 図より, $A=\mathbf{0.15\text{ m}}$, $\lambda=\mathbf{24\text{ m}}$

波の速さを $v[\text{m/s}]$ とすると、波は 0.10 秒間に $AA'=6.0\text{ m}$ 進んだから

$$v=\frac{6.0}{0.10}=60\text{ m/s}$$

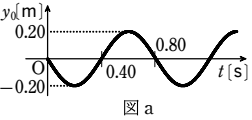


図 a

「 $v=\frac{\lambda}{T}$ 」より $T=\frac{\lambda}{v}=\frac{24}{60}=\mathbf{0.40\text{ s}}$

(2) 「 $y=A\sin \frac{2\pi}{T}t$ 」より $y_0=0.15\sin \frac{2\pi}{0.40}t=\mathbf{0.15\sin 5.0\pi t}$

(3) (2) の t を $t-\frac{x}{v}$ で置きかえればよい。よって

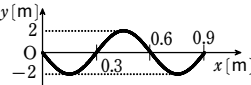
$$y=\mathbf{0.15\sin 5.0\pi\left(t-\frac{x}{60}\right)}$$

62 正弦波の式

【解答】 (1) $T=0.2\text{ s}$, $f=5\text{ Hz}$ (2) 右図

(3) $y=2\sin 10\pi\left(t-\frac{x}{3}\right)$

(4) $y=2\sin 10\pi\left(t+\frac{x}{3}\right)$



【指針】 正弦波のグラフには、ある時刻における各点の変位 y を表すグラフ(y - x 図: 波形のグラフ)と、ある位置における変位 y の時間変化を表すグラフ(y - t 図: 振動のグラフ)があるので注意すること。問題のグラフは y - t 図であり、図から周期を読み取ることができる。

【解説】 (1) 問題の図より $T=\mathbf{0.2\text{ s}}$

「 $f=\frac{1}{T}$ 」より $f=\frac{1}{0.2}=\mathbf{5\text{ Hz}}$

(2) 波長を $\lambda[\text{m}]$ とすると、「 $v=\frac{\lambda}{T}$ 」より

$$\lambda=vT=3\times 0.2=0.6\text{ m}$$

問題の図より、原点は $t=0$ で $y=0$ であり、次の瞬間に正の向きに変位する。以上より、求めるグラフは図 a のようになる。

(3) 原点での変位は $y=2\sin \frac{2\pi}{T}t=2\sin 10\pi t$

のように表すことができる。位置 x での変位は、 t を $t-\frac{x}{v}$ で置きかえて

$$y=\mathbf{2\sin 10\pi\left(t-\frac{x}{3}\right)}$$

(4) (3) で得られた式の $-$ を $+$ に置きかえればよい^[1]←。

$$y=\mathbf{2\sin 10\pi\left(t+\frac{x}{3}\right)}$$

←[1] 位置 x での振動は、原点の $t+\frac{x}{v}$ での振動となる。

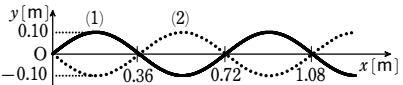
63 正弦波の式

【解答】 (1) 右図実線

(2) 右図破線

(3) $y=-0.10\sin 10\pi t$

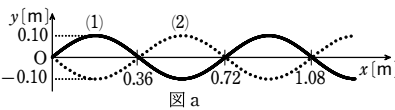
(4) $y=-0.10\sin 10\pi\left(t-\frac{x}{3.6}\right)$



【指針】 (1) 原点は変位 0 で、負の向きに振動しようとしているので、原点の右側(x 軸の正の向き)には波形の山があることがわかる。
(2) $t=1.50\text{ s}$ は周期 7.5 回分に相当するので、各点はこの間に 7.5 回振動する。したがって、波形の山と谷は逆になる。

(3) $t=0$ で原点は負の向きに振動しようとしているから、原点の単振動を表す式は「 $y=-A\sin\frac{2\pi}{T}t$ 」と負の符号がつくことに注意する。

解説 (1) 正弦波は x 軸の正の向きに進んでいるので、 $t=0$ で原点が負の向きに振動しようとしているということは、原点のすぐ左側の点の変位が負であり、右側の点の変位が正であることになる。



波長を λ [m] とすると、「 $v=\frac{\lambda}{T}$ 」より

$$\lambda=vT=3.6\times0.20=0.72\text{ m}$$

よって、求めるグラフは図 a の実線のようになる。

(2) 時間 $t=1.50\text{ s}$ を周期 $T=0.20\text{ s}$ でわると

$$\frac{t}{T}=\frac{1.50}{0.20}=7.5$$

であるから、各点は $t=0$ から $t=1.50\text{ s}$ の間に 7.5 回振動する。したがって、 $t=0$ で山であった点は $t=1.50\text{ s}$ には谷となり、谷であった点は山となっている。以上より、求めるグラフは図 a の破線となる。

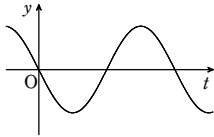
(3) 原点の時刻 t における変位は、 $t=0$ で負の向きに振動しようとしていることを考慮すると「 $y=-A\sin\frac{2\pi}{T}t$ 」と表される^[1]。よって

$$y=-0.10\sin\frac{2\pi}{0.20}t=-0.10\sin10\pi t$$

(4) (3) の式の t を $t-\frac{x}{v}$ で置きかえればよい (v [m/s] は波の速さ)。

$$y=-0.10\sin10\pi\left(t-\frac{x}{3.6}\right)$$

←[1] 原点での振動のようすは下のグラフのようになるので、式は「 $-\sin$ 」の形で表される。



64 正弦波の式と定常波

解答 (1) (ア) vT [m] (2) (イ) $\frac{x}{v}$ [s] (ウ) $A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)$ [m]

(3) (エ) $\frac{2L-x}{v}$ [s] (オ) $A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{2L-x}{v}\right)$ [m]

(4) (カ) $2A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{L}{v}\right)\cos\frac{2\pi}{T}\left(\frac{L-x}{v}\right)$ [m]

(5) (キ) 2 (ク) $\frac{1}{4}L$ [m]

指針 波が原点 O から x の点まで到達するには時間 $\frac{x}{v}$ ($=t_1$) だけかかるので、 x の点は t_1 だけ遅れて原点と同じ振動をする。すなわち、 $y(x, t)=y(0, t-t_1)$ である。また、反射波が原点から $x=L$ で反射し、 x の点まで到達するには、時間

$\frac{2L-x}{v}$ ($=t_2$) だけかかる。同位相で反射(自由端)をするので、 x の点の反射波は t_2 だけ遅れて原点と同じ振動をする。すなわち $y_{\text{反}}(x, t)=y(0, t-t_2)$ である。直接波と反射波の干渉 ($y+y_{\text{反}}$) によって定常波ができる。

解説 (1) (ア) $v=f\lambda=\frac{\lambda}{T}$ より、波長 λ は $\lambda=vT$ [m]

(2) (イ) 波は、距離 x を進むのに時間 t にかかるので

$$x=vt$$

したがって、点 P の原点 O に対する遅れの時間 t_1 は

$$t_1=\frac{x}{v}$$

(ウ) (イ) より、時刻 t における点 P の振動 y_1

は、原点 O の振動 $y=A\sin\frac{2\pi}{T}t$ より $\frac{x}{v}$ 遅

れているので、原点 O の時刻 $t-\frac{x}{v}$ の振動

$y\left(t-\frac{x}{v}\right)$ と等しい(図 a)。したがって

$$y_1=y\left(t-\frac{x}{v}\right)=A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)\text{ [m]}^{[1]}$$

(3) (エ) 波は原点 O から $x=L$ の反射板まで L [m] 進み、反射した後点 P まで $(L-x)$ [m] 進む。したがって、原点 O から点 P まで反射波は、距離 $L+(L-x)=2L-x$ [m] 進む。これより遅れの時間 t_2 は

$$t_2=\frac{2L-x}{v}$$

(オ) 反射波は同位相で反射する^[2]。で、

(エ) より時刻 t における点 P の振動 y_2 は、

原点 O の振動より $\frac{2L-x}{v}$ 遅れているの

で、原点 O の時刻 $t-\frac{2L-x}{v}$ の振動

$y\left(t-\frac{2L-x}{v}\right)$ と等しい(図 b)。したがって

$$y_2=y\left(t-\frac{2L-x}{v}\right)=A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{2L-x}{v}\right)\text{ [m]}$$

(4) (カ) $y_x=y_1+y_2=A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)+A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{2L-x}{v}\right)$

$$=2A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{L}{v}\right)\cos\frac{2\pi}{T}\left(\frac{L-x}{v}\right)^{[3]}$$

(5) (キ) ① 式の $\cos$ は時間 t に無関係である。

$\cos\frac{2\pi}{T}\left(\frac{L-x}{v}\right)=0$ であれば、常に時間 t に関係なく $y_x=0$ ^[4] となる。

$$\frac{2\pi}{T}\left(\frac{L-x}{v}\right)=\left(m+\frac{1}{2}\right)\pi\quad (m\text{ は整数})$$

これに(ア)の結果と $L=\lambda$ を代入して整理すると $x=\frac{3-2m}{4}\lambda$ …… ②

$0\leq x\leq L$ ($=\lambda$) の範囲で ② 式を満たすのは、

$x=\frac{1}{4}L$ ($m=1$), $\frac{3}{4}L$ ($m=0$)^[5] である。よって、**2** 点ある。

(ク) 原点 O に近いのは、 $x=\frac{1}{4}L$ [m]

←[1] $y=A\sin\frac{2\pi}{T}t$ の t を $t-\frac{x}{v}$ で置きかえればよい。

←[2] 「同位相で反射する」とは、自由端反射を意味する。

←[3] 与えられた三角関数の和積の公式を使う。

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

←[4] 常に $y_x=0$ となる点は、定常波の節である。

←[5] 定常波の節～節の距離は $\frac{\lambda}{2}$ である。

$$\text{節}\sim\text{節}=\frac{\lambda}{2}$$

この問題では $L=\lambda$ で $\frac{3}{4}L-\frac{1}{4}L=\frac{L}{2}=\frac{\lambda}{2}$

