$\boxed{1}$

(1)　1 ラジアンとは，$\boxed{\text{ア}}$ のことである。$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の

⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪　半径が 1，面積が 1 の扇形の中心角の大きさ

①　半径が π，面積が 1 の扇形の中心角の大きさ

②　半径が 1，弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ

③　半径が π，弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ

(2)　144° を弧度で表すと $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi$ ラジアンである。また，$\dfrac{23}{12}\pi$ ラジアンを度で表すと

$\boxed{\text{エオカ}}$° である。

(3)　$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で $2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{5}\right)-2\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{30}\right)=1$ …… ① を満たす θ の値を求めよう。

$x=\theta+\dfrac{\pi}{5}$ とおくと，① は $2\sin x-2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}\right)=1$ と表せる。

加法定理を用いると，この式は $\sin x-\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\cos x=1$ となる。

さらに，三角関数の合成を用いると $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}\right)=\dfrac{1}{\boxed{\text{コ}}}$ と変形できる。

$x=\theta+\dfrac{\pi}{5}$，$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ だから，$\theta=\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}\pi$ である。

$\boxed{2}$

c を正の定数として，不等式 $x^{\log_3 x} \geqq \left(\dfrac{x}{c}\right)^3$ ……① を考える。

3 を底とする ① の両辺の対数をとり，$t=\log_3 x$ とおくと

$t^{\boxed{ア}} - \boxed{\ イ\ }\,t + \boxed{\ イ\ }\log_3 c \geqq 0$ ……② となる。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，a を底といい，b を真数という。

$c=\sqrt[3]{9}$ のとき，① を満たす x の値の範囲を求めよう。

② により $t \leqq \boxed{\ ウ\ }$，$t \geqq \boxed{\ エ\ }$ である。

さらに，真数の条件を考えて $\boxed{\ オ\ } < x \leqq \boxed{\ カ\ }$，$x \geqq \boxed{\ キ\ }$ となる。

次に，① が $x > \boxed{\ オ\ }$ の範囲でつねに成り立つような c の値の範囲を求めよう。

x が $x > \boxed{\ オ\ }$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲は $\boxed{\ ク\ }$ である。$\boxed{\ ク\ }$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ 正の実数全体　　① 負の実数全体

② 実数全体　　③ 1 以外の実数全体

この範囲の t に対して，② がつねに成り立つための必要十分条件は，

$\log_3 c \geqq \dfrac{\boxed{\ ケ\ }}{\boxed{\ コ\ }}$ である。

すなわち，$c \geqq \sqrt[\boxed{サ}]{\boxed{\ シス\ }}$ である。

$\boxed{3}$

$p>0$ とする。座標平面上の放物線 $y=px^2+qx+r$ を C とし，直線 $y=2x-1$ を ℓ とする。C は点 A $(1,\ 1)$ において ℓ と接しているとする。

(1) q と r を，p を用いて表そう。

放物線 C 上の点 A における接線 ℓ の傾きは $\boxed{\text{ア}}$ であることから，

$q=\boxed{\text{イウ}}\,p+\boxed{\text{エ}}$ がわかる。

さらに，C は点 A を通ることから，$r=p-\boxed{\text{オ}}$ となる。

(2) $v>1$ とする。

放物線 C と直線 ℓ および直線 $x=v$ で囲まれた図形の面積 S は

$S=\dfrac{p}{\boxed{\text{カ}}}\left(v^3-\boxed{\text{キ}}\,v^2+\boxed{\text{ク}}\,v-\boxed{\text{ケ}}\right)$ である。

また，x 軸と ℓ および 2 直線 $x=1$，$x=v$ で囲まれた図形の面積 T は，$T=v^{\boxed{\text{コ}}}-v$ である。

$U=S-T$ は $v=2$ で極値をとるとする。

このとき，$p=\boxed{\text{サ}}$ であり，$v>1$ の範囲で $U=0$ となる v の値を v_0 とすると，

$v_0=\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

$1<v<v_0$ の範囲で U は $\boxed{\text{ソ}}$。$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ つねに増加する　　① つねに減少する　　② 正の値のみをとる

③ 負の値のみをとる　　④ 正と負のどちらの値もとる

$p=\boxed{\text{サ}}$ のとき，$v>1$ における U の最小値は $\boxed{\text{タチ}}$ である。

$\boxed{4}$

関数 $f(x)$ は $x \geqq 1$ の範囲でつねに $f(x) \leqq 0$ を満たすとする。

$t>1$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x=1$，$x=t$ で囲まれた図形の面積を W とする。

t が $t>1$ の範囲を動くとき，W は，底辺の長さが $2t^2-2$，他の 2 辺の長さがそれぞれ t^2+1 の二等辺三角形の面積とつねに等しいとする。

このとき，$x>1$ における $f(x)$ を求めよう。

$F(x)$ を $f(x)$ の不定積分とする。

一般に，$F'(x)=\boxed{\text{ア}}$，$W=\boxed{\text{イ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ $-F(t)$　① $F(t)$　② $F(t)-F(1)$

③ $F(t)+F(1)$　④ $-F(t)+F(1)$　⑤ $-F(t)-F(1)$

⑥ $-f(x)$　⑦ $f(x)$　⑧ $f(x)-f(1)$

したがって，$t>1$ において $f(t)=\boxed{\text{ウエ}}\,t^{\boxed{\text{オ}}}+\boxed{\text{カ}}$ である。

よって，$x>1$ における $f(x)$ がわかる。

$\boxed{5}$

a を $0<a<1$ を満たす定数とする。三角形 ABC を考え，辺 AB を $1:3$ に内分する点を D，辺 BC を $a:(1-a)$ に内分する点を E，直線 AE と直線 CD の交点を F とする。

$\overrightarrow{\mathrm{FA}}=\vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{FB}}=\vec{q}$，$\overrightarrow{\mathrm{FC}}=\vec{r}$ とおく。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\boxed{\text{ア}}$ であり $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2=|\vec{p}|^2-\boxed{\text{イ}}\,\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ ……① である。ただし，

$\boxed{\text{ア}}$ については，当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $\vec{p}+\vec{q}$　　① $\vec{p}-\vec{q}$　　② $\vec{q}-\vec{p}$　　③ $-\vec{p}-\vec{q}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{FD}}$ を $\vec{p}$ と $\vec{q}$ を用いて表すと $\overrightarrow{\mathrm{FD}}=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{p}+\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{q}$ ……② である。

(3) s，t をそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{FD}}=s\vec{r}$，$\overrightarrow{\mathrm{FE}}=t\vec{p}$ となる実数とする。s と t を a を用いて表そう。

$\overrightarrow{\mathrm{FD}}=s\vec{r}$ であるから，② により $\vec{q}=\boxed{\text{キク}}\,\vec{p}+\boxed{\text{ケ}}\,s\vec{r}$ ……③ である。

また，$\overrightarrow{\mathrm{FE}}=t\vec{p}$ であるから $\vec{q}=\dfrac{t}{\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}}\vec{p}-\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}}\vec{r}$ ……④ である。

③ と ④ により $s=\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)}$，$t=\boxed{\text{タチ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)$ である。

(4) $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|$ とする。$|\vec{p}|=1$ のとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ の内積を a を用いて表そう。

① により $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2=1-\boxed{\text{イ}}\,\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ である。

また $|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|^2=\boxed{\text{ツ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)^2+\boxed{\text{テ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ である。

したがって $\vec{p}\cdot\vec{q}=\dfrac{\boxed{\text{トナ}}-\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

$\boxed{6}$

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

(1)　a を正の整数とする。

2，4，6，……，$2a$ の数字がそれぞれ一つずつ書かれた a 枚のカードが箱に入っている。この箱から 1 枚のカードを無作為に取り出すとき，そこに書かれた数字を表す確率変数を X とする。

このとき，$X=2a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

$a=5$ とする。

X の平均 (期待値) は $\boxed{\text{ウ}}$，X の分散は $\boxed{\text{エ}}$ である。また，s，t は定数で $s>0$ のとき，$sX+t$ の平均が 20，分散が 32 となるように s，t を定めると，$s=\boxed{\text{オ}}$，$t=\boxed{\text{カ}}$ である。

このとき，$sX+t$ が 20 以上である確率は $0.\boxed{\text{キ}}$ である。

(2)　(1) の箱のカードの枚数 a は 3 以上とする。

この箱から 3 枚のカードを同時に取り出し，それらのカードを横 1 列に並べる。この試行において，カードの数字が左から小さい順に並んでいる事象を A とする。

このとき，事象 A の起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

この試行を 180 回繰り返すとき，事象 A が起こる回数を表す確率変数を Y とすると，Y の平均 m は $\boxed{\text{コサ}}$，Y の分散 σ^2 は $\boxed{\text{シス}}$ である。

ここで，事象 A が 18 回以上 36 回以下起こる確率の近似値を次のように求めよう。

試行回数 180 は大きいことから，Y は近似的に平均 $m=\boxed{\text{コサ}}$，標準偏差 $\sigma=\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ の正規分布に従うと考えられる。

ここで，$Z=\dfrac{Y-m}{\sigma}$ とおくと，求める確率の近似値は次のようになる。

$$P(18\leqq Y\leqq 36)=P\left(-\boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソタ}}\leqq Z\leqq\boxed{\text{チ}}.\boxed{\text{ツテ}}\right)=0.\boxed{\text{トナ}}$$

(3)　ある都市での世論調査において，無作為に 400 人の有権者を選び，ある政策に対する賛否を調べたところ，320 人が賛成であった。この都市の有権者全体のうち，この政策の賛成者の母比率 p に対する信頼度 95 %の信頼区間を求めたい。

この調査での賛成者の比率 (以下，これを標本比率という) は $0.\boxed{\text{ニ}}$ である。

標本の大きさが 400 と大きいので，二項分布の正規分布による近似を用いると，p に対する信頼度 95 %の信頼区間は $0.\boxed{\text{ヌネ}}\leqq p\leqq 0.\boxed{\text{ノハ}}$ である。

母比率 p に対する信頼区間 $A \leqq p \leqq B$ において，$B-A$ をこの信頼区間の幅とよぶ。
以下，R を標本比率とし，p に対する信頼度 95 %の信頼区間を考える。

上で求めた信頼区間の幅を L_1

標本の大きさが 400 の場合に $R=0.6$ が得られたときの信頼区間の幅を L_2

標本の大きさが 500 の場合に $R=0.8$ が得られたときの信頼区間の幅を L_3

とする。このとき，L_1，L_2，L_3 について $\boxed{\text{ヒ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ヒ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ $L_1 < L_2 < L_3$　　① $L_1 < L_3 < L_2$　　② $L_2 < L_1 < L_3$

③ $L_2 < L_3 < L_1$　　④ $L_3 < L_1 < L_2$　　⑤ $L_3 < L_2 < L_1$