

1

$\begin{cases} a+b-4c=0 \\ a-2b+c=0 \end{cases}$ のとき、 $a:b:c$ を最も簡単な整数の比で表せ。ただし、 $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ とする。

2

次の問いに答えなさい。

- (1) $\frac{2x-1}{6}$ の値の小数第1位を四捨五入すると4になるような x の値の範囲を求めなさい。
- (2) ある整数 x を40でわって、小数第2位を四捨五入すると2.3になる。このような x のうち、最も大きいものを求めなさい。

3

x についての連立不等式 $\begin{cases} 3(2x+a) > 8x-a \\ \frac{x+1}{2} - \frac{4a-2}{3} > 7 \end{cases}$ が解をもつように、 a の値の範囲を定めなさい。

4

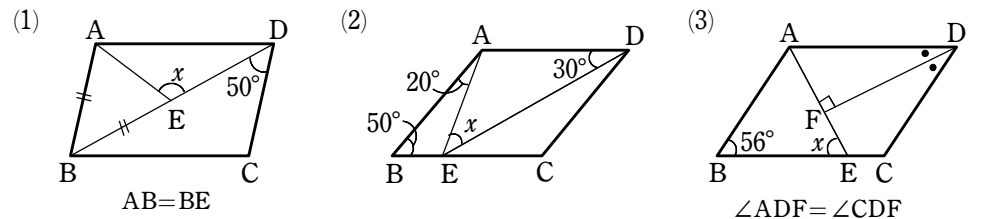
客5人乗りのタクシーと客4人乗りのタクシーを合わせて7台使って、32人の客を運ぶたい。1台の料金は、5人乗りは660円、4人乗りは600円である。全体の料金が4500円をこえないようにするには、5人乗りと4人乗りのタクシーを、それぞれ何台使えばよいか答えなさい。

5

川下りをするのに、定員の定まった舟を5そう用意したが、人数が55人になり、全員は乗れないので、もう1そう舟を出した。この舟の定員は何人が求めなさい。

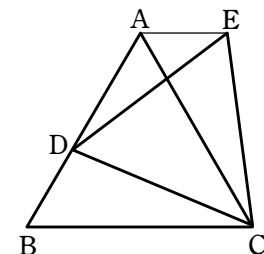
6

次の図の $\square ABCD$ において、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



7

正三角形 ABC の辺 AB 上に点 D をとり、右の図のように、 $\triangle DCE$ が正三角形になるような点 E をとる。このとき、 $AE \parallel BC$ であることを証明しなさい。

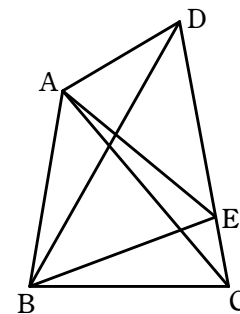


8

右の図において、
 $\angle ABD = 20^\circ, \angle DBE = 40^\circ, \angle EBC = 20^\circ,$
 $\angle BCA = 50^\circ, \angle ACD = 30^\circ$

とするとき、次の角の大きさを求めなさい。

- (1) $\angle BAC$ (2) $\angle BEA$
 (3) $\angle EDB$ (4) $\angle EAD$

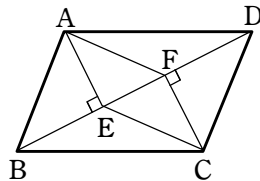


9

平行四辺形 $ABCD$ の頂点 A, C から対角線 BD に引いた垂線を、それぞれ AE, CF とするとき、四角形 $AECF$ は平行四辺形である。

これを、次の定理を用いて証明しなさい。

- (1) 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である。
- (2) 1組の対辺が平行で、その長さが等しい四角形は、平行四辺形である。



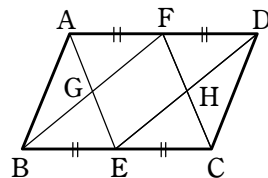
10

次の定理を証明しなさい。

〔定理〕 対角線が垂直に交わる平行四辺形は、ひし形である。

11

平行四辺形 $ABCD$ において、辺 BC の中点を E 、辺 AD の中点を F とし、右の図のように線分で結ぶ。このとき、四角形 $GEHF$ は平行四辺形であることを証明しなさい。



12

$\square ABCD$ の辺 BC の中点を M とする。 $AM=DM$ が成り立つとき、 $\square ABCD$ は長方形になることを証明しなさい。

13

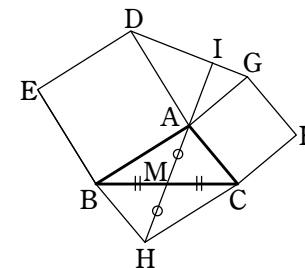
x についての連立不等式
$$\begin{cases} 3x+1 > 4x-5 \\ 2x+3 \geq x+a \end{cases}$$
 を満たす整数 x の個数が、ちょうど2個であるような a の値の範囲を求めなさい。

14

右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 AB, AC をそれぞれ1辺とする正方形 $ADEB, ACFG$ をつくる。辺 BC の中点を M 、直線 AM と直線 GD の交点を I とする。また、直線 AM の M を超える延長上に、 $AM=HM$ となる点 H をとる。

このとき、 $AI \perp DG$ が成り立つことを証明しなさい。

ただし、 $\triangle AHC \equiv \triangle GDA$ であることを利用してよい。



1

解答 $a:b:c=7:5:3$

2

解答 (1) $11 \leq x < 14$ (2) 93

3

解答 $a < -\frac{35}{2}$

4

解答 5人乗り4台と4人乗り3台 または 5人乗り5台と4人乗り2台

5

解答 10人

6

解答 (1) 115° (2) 40° (3) 62°

7

解答 略

8

解答 (1) 50° (2) 60° (3) 40° (4) 70°

9

解答 (1) 略 (2) 略

10

解答 略

11

解答 略

12

解答 略

13

解答 $6 < a \leq 7$

14

解答 略

1

$$\begin{cases} a+b-4c=0 \cdots \textcircled{1} \\ a-2b+c=0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{より } 3b - 5c = 0$$

$$b = \frac{5}{3}c \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2} \text{より } 3a - 7c = 0$$

$$a = \frac{7}{3}c \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{より } a:b:c = \frac{7}{3}c : \frac{5}{3}c : c = 7:5:3$$

2

$$(1) \text{ 条件より } 3.5 \leq \frac{2x-1}{6} < 4.5$$

$$21 \leq 2x-1 < 27$$

$$22 \leq 2x < 28$$

$$11 \leq x < 14$$

$$(2) \text{ 条件より } 2.25 \leq \frac{x}{40} < 2.35$$

$$90 \leq x < 94$$

これを満たす最も大きい整数は 93

3

$$\begin{cases} 3(2x+a) > 8x-a & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x+1}{2} - \frac{4a-2}{3} > 7 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{より } 6x+3a > 8x-a$$

$$-2x > -4a$$

$$x < 2a \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{より } 3(x+1) - 2(4a-2) > 42$$

$$3x + 3 - 8a + 4 > 42$$

$$3x > 8a + 35$$

$$x > \frac{8a + 35}{3} \quad \dots\dots ④$$

与えられた連立不等式が解をもつためには、③、④に共通範囲が存在しなくてはならない。

よって $\frac{8a + 35}{3} < 2a$

$$8a + 35 < 6a$$

$$2a < -35$$

したがって $a < -\frac{35}{2}$

4

5人乗りのタクシーを x 台使うとすると、4人乗りのタクシーは $(7 - x)$ 台である。

32人運ぶから $5x + 4(7 - x) \geq 32 \quad \dots\dots ①$

全体の料金が4500円をこえないから $660x + 600(7 - x) \leq 4500 \quad \dots\dots ②$

①、②を連立不等式として解く。

①から $5x + 28 - 4x \geq 32$

よって $x \geq 4 \quad \dots\dots ③$

②の両辺を20でわると

$$33x + 30(7 - x) \leq 225$$

$$33x + 210 - 30x \leq 225$$

$$3x \leq 15$$

$$x \leq 5 \quad \dots\dots ④$$

③と④の共通範囲を求めて $4 \leq x \leq 5$

x はタクシーの台数で、自然数であるから $x = 4, 5$

$x = 4$ のとき $7 - x = 3$, $x = 5$ のとき $7 - x = 2$

どちらも問題に適している。

答 5人乗り4台と4人乗り3台 または 5人乗り5台と4人乗り2台

5

定員を x 人とする $5x < 55 \leq (5 + 1)x$

よって $\begin{cases} 5x < 55 & \dots\dots ① \\ 55 \leq 6x & \dots\dots ② \end{cases}$

①を解くと $x < 11 \quad \dots\dots ③$

②を解くと $x \geq \frac{55}{6} \quad \dots\dots ④$

③と④の共通範囲は $\frac{55}{6} \leq x < 11$

$\frac{55}{6} = 9.1\dots\dots$ で、 x は正の整数であるから $x = 10$

これは問題に適している。 答 10人

6

(1) $AB \parallel DC$ より $\angle ABD = \angle CDB = 50^\circ$

$AB = BE$ より $\angle BAE = \angle BEA$

よって $\angle BAE = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$

したがって $\angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

(2) $\triangle ABE$ の内角と外角の性質から

$$\angle AEC = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$$

$AD \parallel BC$ より $\angle DEC = 30^\circ$

よって $\angle x = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$

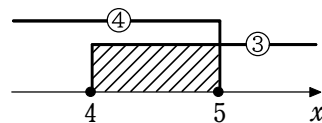
(3) 平行四辺形の対角は等しいから

$$\angle ADC = \angle ABC = 56^\circ$$

$\angle ADF = \angle CDF$ より $\angle ADF = 56^\circ \div 2 = 28^\circ$

よって $\angle DAF = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) = 62^\circ$

$AD \parallel BC$ より $\angle x = \angle DAF = 62^\circ$



7

証明 $\triangle BCD$ と $\triangle ACE$ において $\triangle ABC$ と $\triangle DCE$ は正三角形であるから

$$BC = AC \quad \dots\dots ①$$

$$CD = CE \quad \dots\dots ②$$

また $\angle BCD = \angle BCA - \angle DCA$

$$= 60^\circ - \angle DCA$$

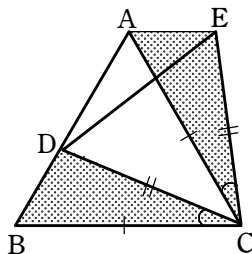
$$\angle ACE = \angle DCE - \angle DCA$$

$$= 60^\circ - \angle DCA$$

よって $\angle BCD = \angle ACE \quad \dots\dots ③$

①, ②, ③ より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle BCD \equiv \triangle ACE$$

したがって $\angle DBC = \angle EAC$ ここで, $\angle DBC = \angle ACB$ であるから $\angle ACB = \angle EAC$ 錯角が等しいから $AE \parallel BC$ 終

8

(1) $\triangle ABC$ において

$$\angle ABC = 20^\circ + 40^\circ + 20^\circ = 80^\circ$$

 $\angle ACB = 50^\circ$ であるから

$$\angle BAC = 180^\circ - (80^\circ + 50^\circ) = 50^\circ$$

(2) (1) より, $\angle BAC = \angle BCA$ であるから

$$BA = BC \quad \dots\dots ①$$

さらに, $\triangle BCE$ において $\angle BCE = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$ であるから

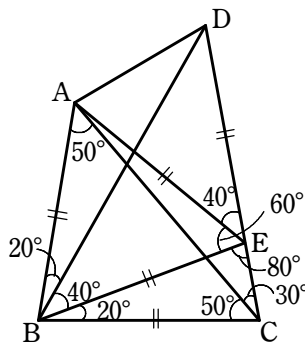
$$\angle BEC = 180^\circ - (20^\circ + 80^\circ) = 80^\circ$$

よって, $\angle BCE = \angle BEC$ であるから

$$BC = BE \quad \dots\dots ②$$

①, ② より, $BA = BE$ となるから $\angle BAE = \angle BEA$ ここで, $\angle ABE = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$ であるから

$$\angle BEA = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

(3) $\triangle EDB$ において, 内角と外角の性質から

$$\angle EDB = \angle BEC - \angle DBE = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

(4) $\triangle ABE$ は正三角形となるから

$$AE = BE \quad \dots\dots ③$$

 $\angle EDB = \angle EBD (= 40^\circ)$ であるから

$$BE = DE \quad \dots\dots ④$$

③, ④ より, $AE = DE$ となるから $\angle EAD = \angle EDA$ ここで, $\angle AED = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$ であるから

$$\angle EAD = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$$

9

(1) **証明** 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とする。 $\triangle AEO$ と $\triangle CFO$ において仮定から $\angle AEO = \angle CFO = 90^\circ \quad \dots\dots ①$

対頂角は等しいから

$$\angle AOE = \angle COF \quad \dots\dots ②$$

平行四辺形の対角線は, それぞれの midpoint で交わるから

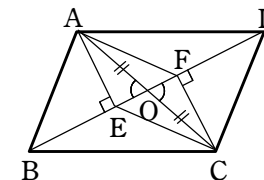
$$OA = OC \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③ より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AEO \equiv \triangle CFO$$

よって $OE = OF \quad \dots\dots ④$

③, ④ より, 四角形 AECF は対角線がそれぞれの中点で交わるから, 平行四辺形である。終

(2) **証明** $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において仮定から $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ \quad \dots\dots ①$ $AB \parallel DC$ であるから

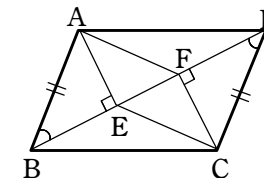
$$\angle ABE = \angle CDF \quad \dots\dots ②$$

平行四辺形 ABCD の対辺であるから

$$AB = CD \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③ より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$



よって $AE=CF$ ……④

また $\angle AEF = \angle CFE (=90^\circ)$

錯角が等しいから $AE \parallel FC$ ……⑤

④, ⑤より, 四角形 AECF は1組の対辺が平行でその長さが等しいから, 平行四辺形である。終

10

【証明】 平行四辺形 ABCD において, $AC \perp BD$ とし, 対角線 AC, BD の交点を O とする。

$\triangle ABO$ と $\triangle ADO$ において

$AO=AO$ (共通), $\angle AOB = \angle AOD (=90^\circ)$

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

$BO=DO$

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$

よって $AB=AD$ ……①

また, 平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しいから

$AB=DC, AD=BC$ ……②

①, ②から $AB=BC=CD=DA$

したがって, 平行四辺形 ABCD はひし形である。終

11

【証明】 四角形 AECF において

$AF = \frac{1}{2}AD, EC = \frac{1}{2}BC$

$AD=BC$ であるから $AF=EC$

また $AF \parallel EC$

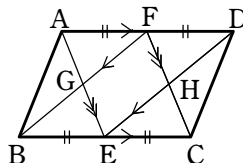
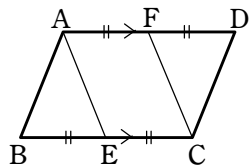
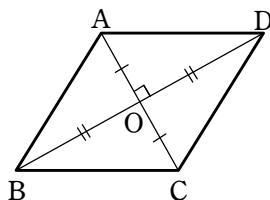
よって, 1組の対辺が平行でその長さが等しいから, 四角形 AECF は平行四辺形である。

ゆえに $GE \parallel FH$

同様に, $FD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = BE$, $FD \parallel BE$ より,

四角形 FBED が平行四辺形であるから

$GF \parallel EH$



よって, 2組の対辺が平行であるから, 四角形 GEHF は平行四辺形である。終

12

【証明】 $\triangle ABM$ と $\triangle DCM$ において

M は辺 BC の中点であるから

$BM=CM$ ……①

仮定より $AM=DM$ ……②

平行四辺形の対辺は等しいから

$AB=DC$ ……③

①, ②, ③より, 3組の辺がそれぞれ等しいから

$\triangle ABM \equiv \triangle DCM$

よって $\angle ABM = \angle DCM$

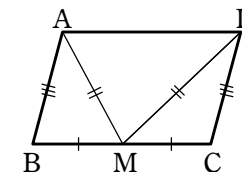
四角形 ABCD は平行四辺形であるから

$\angle ABM + \angle DCM = 180^\circ$

したがって $\angle ABM = \angle DCM = 90^\circ$

平行四辺形の対角は等しいから, 四角形 ABCD の4つの角はすべて 90° である。

よって, 四角形 ABCD は長方形である。終



13

$\begin{cases} 3x+1 > 4x-5 & \dots\dots ① \\ 2x+3 \geq x+a & \dots\dots ② \end{cases}$

$\begin{cases} 3x+1 > 4x-5 & \dots\dots ① \\ 2x+3 \geq x+a & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $-x > -6$

すなわち $x < 6$ ……③

②より $x \geq a-3$ ……④

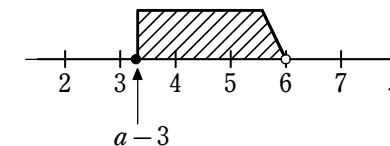
条件から, ③, ④の共通範囲が $a-3 \leq x < 6$ ……⑤

の形になり, この範囲に含まれる整数が4と5のみになればよい。

よって, ⑤の範囲の左端 $a-3$ が, 3より大きく4以下の値をとればよい。

すなわち $3 < a-3 \leq 4$

したがって $6 < a \leq 7$ 答



14

$\triangle AHC \equiv \triangle GDA$ から $\angle CAH = \angle AGD$

よって $\angle AGI + \angle GAI = \angle CAH + \angle GAI$

$$= \angle HAI - \angle CAG$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

ゆえに、 $\triangle AIG$ において

$$\angle AIG = 180^\circ - (\angle AGI + \angle GAI) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

したがって $AI \perp DG$