1

複素数 $(2+i)(3-2i)-3+5i$ を $a+bi$ の形で表せ。ただし，a，b は実数とする。

解答　$5+4i$

解説

$(2+i)(3-2i)-3+5i=6+3i-4i-2i^2-3+5i=6+3i-4i+2-3+5i=5+4i$

2

複素数 $\dfrac{5}{1-3i}-\dfrac{4-i}{3+i}$ を $a+bi$ の形で表せ。ただし，a，b は実数とする。

解答　$\dfrac{-3+11i}{5}$

解説

$$\frac{5}{1-3i}-\frac{4-i}{3+i}=\frac{5(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)}-\frac{(4-i)(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\frac{5+15i}{1^2+3^2}-\frac{12-4i-3i-1}{3^2+1^2}$$
$$=\frac{5+15i}{10}-\frac{11-7i}{10}=\frac{-6+22i}{10}=\frac{-3+11i}{5}$$

3

実数 x，y が $\dfrac{i}{1+xi}+\dfrac{x+2}{y+i}=0$ を満たすとき，$x=$ ア$\boxed{}$，$y=$ イ$\boxed{}$ である。

解答　(ア)　-1　　(イ)　1

解説

両辺に $(1+xi)(y+i)$ を掛けると　　$i(y+i)+(x+2)(1+xi)=0$

整理すると　　$x+1+(x^2+2x+y)i=0$

ここで，x，y は実数であるから，$x+1$ と x^2+2x+y も実数である。

よって　　$x+1=0$，$x^2+2x+y=0$

これを解くと　　$x=$ア-1，$y=$イ1

4

a は実数とし，i は虚数単位とする。$\dfrac{2+3i}{a+i}$ が純虚数であるとき，a の値は $\boxed{}$ である。

解答　$-\dfrac{3}{2}$

解説

$$\frac{2+3i}{a+i}=\frac{(2+3i)(a-i)}{(a+i)(a-i)}=\frac{2a-2i+3ai+3}{a^2+1}=\frac{(2a+3)+(3a-2)i}{a^2+1}$$

よって，$\dfrac{2+3i}{a+i}$ が純虚数であるとき　　$2a+3=0$ かつ $3a-2\neq 0$

すなわち　$a=-\dfrac{3}{2}$ かつ $a\neq\dfrac{2}{3}$

したがって　$a=-\dfrac{3}{2}$

5

2 次方程式 $x^2+2ax-a=0$ が虚数解をもつような実数 a の値の範囲を求めよ。

解答　$-1<a<0$

解説

2 次方程式 $x^2+2ax-a=0$ …… ① の判別式を D とする。

2 次方程式 ① が虚数解をもつための条件は　$D<0$

よって　$\dfrac{D}{4}=a^2-(-a)<0$　　ゆえに　$a^2+a<0$

左辺を因数分解すると　$a(a+1)<0$

したがって　$-1<a<0$

$\boxed{1}$

複素数 $(2+i)(3-2i)-3+5i$ を $a+bi$ の形で表せ。ただし，a，b は実数とする。

$\boxed{2}$

複素数 $\dfrac{5}{1-3i}-\dfrac{4-i}{3+i}$ を $a+bi$ の形で表せ。ただし，a，b は実数とする。

$\boxed{3}$

実数 x，y が $\dfrac{i}{1+xi}+\dfrac{x+2}{y+i}=0$ を満たすとき，$x=$ ア $\boxed{}$，$y=$ イ $\boxed{}$ である。

$\boxed{4}$

a は実数とし，i は虚数単位とする。$\dfrac{2+3i}{a+i}$ が純虚数であるとき，a の値は $\boxed{}$ である。

$\boxed{5}$

2 次方程式 $x^2+2ax-a=0$ が虚数解をもつような実数 a の値の範囲を求めよ。