

高1数学総合SA 確認テスト 前期第1講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (1)4点 (2)2点 (3)4点 計10点)

偶数の数列 $2, 4, 6, \dots$ を, 第 n 群が n 個の偶数を含むように分ける。

$\{2\}, \{4, 6\}, \{8, 10, 12\}, \{14, 16, 18, 20\}, \{22, \dots\}, \dots$

- (1) 第 n 群の最初の偶数を求めよ。
- (2) 第 n 群の総和を求めよ。
- (3) 300 は第何群の何番目の数か。

高1数学総合SA 確認テスト 前期第1講【解答】

1 (1) 4点 (2) 2点 (3) 4点 計10点)

解答 (1) $n^2 - n + 2$ (2) $n(n^2 + 1)$ (3) 第17群の14番目

1 (1) 4点 (2) 2点 (3) 4点 計10点)

解説

(1) $n \geq 2$ のとき, 第1群から第 $n-1$ 群までに属する偶数の個数は

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{1}{2}n(n-1)$$

ゆえに, 第 n 群の最初の偶数は, もとの数列の第 $\left\{\frac{1}{2}n(n-1) + 1\right\}$ 項。 」2点

よって, 第 n 群の最初の偶数は $2\left\{\frac{1}{2}n(n-1) + 1\right\} = n^2 - n + 2$ 」2点

これは, $n=1$ についても成り立つ。

(2) (1) より, 第 n 群は初項 $n^2 - n + 2$, 公差 2, 項数 n の等差数列をなす。

よって, その総和は

$$\frac{1}{2}n\{2 \cdot (n^2 - n + 2) + (n-1) \cdot 2\} = n(n^2 + 1) \quad \text{」2点}$$

(3) 300 が第 n 群に含まれるとすると

$$n^2 - n + 2 \leq 300 < (n+1)^2 - (n+1) + 2$$

$$\text{よって } n(n-1) \leq 298 < (n+1)n \dots\dots \textcircled{1}$$

$n(n-1)$, $(n+1)n$ は単調に増加し, $17 \cdot 16 = 272$, $18 \cdot 17 = 306$ であるから,

$$\textcircled{1} \text{ を満たす自然数 } n \text{ は } n = 17 \quad \text{」2点}$$

第17群の最初の数は $17^2 - 17 + 2 = 274$

300 は, 初項 274, 公差 2 の等差数列の第 m 番目とすると

$$300 = 274 + 2(m-1) \quad m = 14 \quad \text{よって 第17群の14番目} \quad \text{」2点}$$